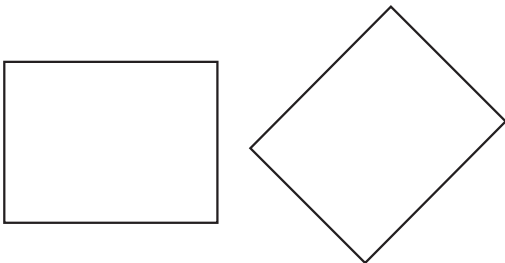


مقایسه و اندازه‌گیری سطح

فعالیت



۱- با یک کاغذ شفاف دو سطح روبه‌رو را مقایسه کنید. کدام شکل سطح بیش‌تری دارد؟



۲- چه روش‌های دیگری برای مقایسه‌ی دو سطح می‌شناسید؟

استفاده از روش‌های بالا همیشه ممکن نیست. برای مقایسه‌ی سطح‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر سطحی را می‌توان به‌عنوان واحد اندازه‌گیری به‌کار برد.

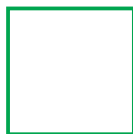
فعالیت



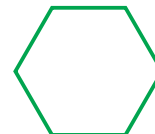
۱- واحد داده شده را چندین بار روی کاغذ شفاف رسم کنید و دور آن‌ها را با قیچی ببرید تا تعداد زیادی واحد مثل هم به‌دست آورید. سطح زیر را هر بار با یکی از واحدها اندازه بگیرید و اندازه‌ی سطح را برحسب واحد، بنویسید.



واحد شماره‌ی (۱)
= اندازه‌ی سطح



واحد شماره‌ی (۲)
= اندازه‌ی سطح

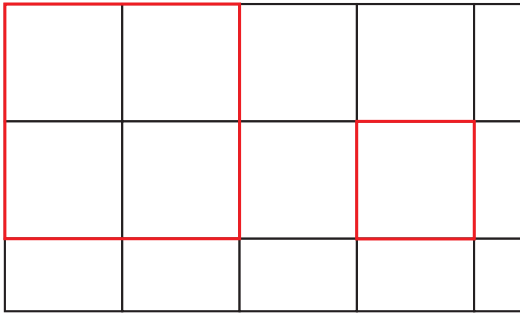


واحد شماره‌ی (۳)
= اندازه‌ی سطح

الف) کار با کدام واحد ساده‌تر است؟
ب) در اندازه‌گیری سطح با این واحدها با چه مشکل‌هایی روبه‌رو شدید؟
ج) آیا توانستید تمام سطح را با این واحدها بپوشانید؟



سطح داده شده را با واحدهای داده شده اندازه بگیرید. قسمت‌های باقی‌مانده را که با واحد سطح پوشیده نمی‌شوند، با کسری از واحد سطح تقریب بزنید و اندازه‌ی سطح را هر بار با یک عدد مخلوط بیان کنید.



واحد شماره (۱)
= اندازه‌ی سطح



واحد شماره (۲)
= اندازه‌ی سطح



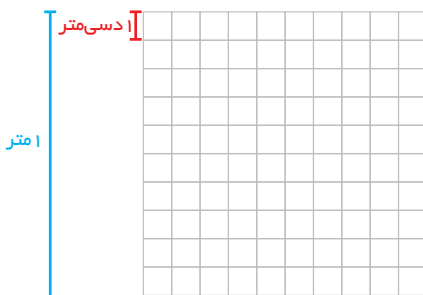
چرا اندازه‌ها متفاوت است؟ کار کردن با کدام واحد ساده‌تر است؟ چرا؟
برای تشخیص قسمت کسری، واحدها را به چند قسمت مساوی کوچک‌تر تقسیم کردید؟

برای این که هر سطح اندازه‌ی معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. واحد استاندارد اندازه‌گیری سطح، مترمربع است. برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری‌ها از واحدهای کوچک‌تر مانند دسی مترمربع، سانتی مترمربع و میلی مترمربع استفاده می‌کنیم.

فعالیت



۱- مانند نمونه واحدهای اندازه‌گیری را به هم تبدیل کنید.



$$۱۰۰ \text{ دسی‌متر مربع} = ۱۰ \text{ دسی متر} \times ۱۰ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ مترمربع}$$

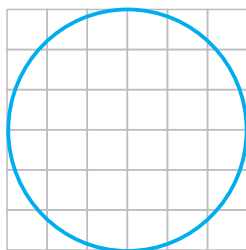
$$\dots \text{ سانتی متر مربع} = \dots \text{ سانتی متر} \times \dots \text{ سانتی متر} = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مربع}$$

$$\dots \text{ سانتی مترمربع} = \dots \text{ سانتی متر} \times \dots \text{ سانتی متر} = ۱ \text{ دسی متر} \times ۱ \text{ دسی متر} = ۱ \text{ دسی مترمربع}$$

تمرین



۱- مساحت دایره را به صورت تقریبی و با شمردن مربع‌ها پیدا کنید.

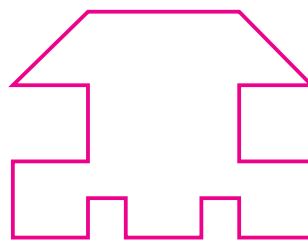
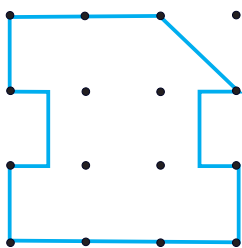
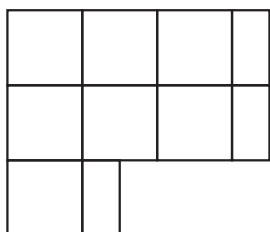


مساحت دایره = ----- □

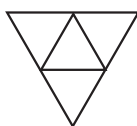
برای این‌که تقریب بهتری از مساحت دایره داشته باشید، چه کاری می‌توانید انجام دهید؟

۲- با توجه به واحد سطح، مساحت هر شکل را با یک عدد مخلوط بیان کنید.

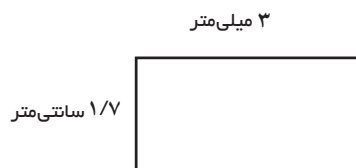
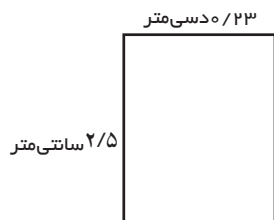
واحد:



واحد:



۳- مساحت شکل‌های زیر را به دست آورید. (به واحدها توجه کنید).



مساحت شکل‌های هندسی

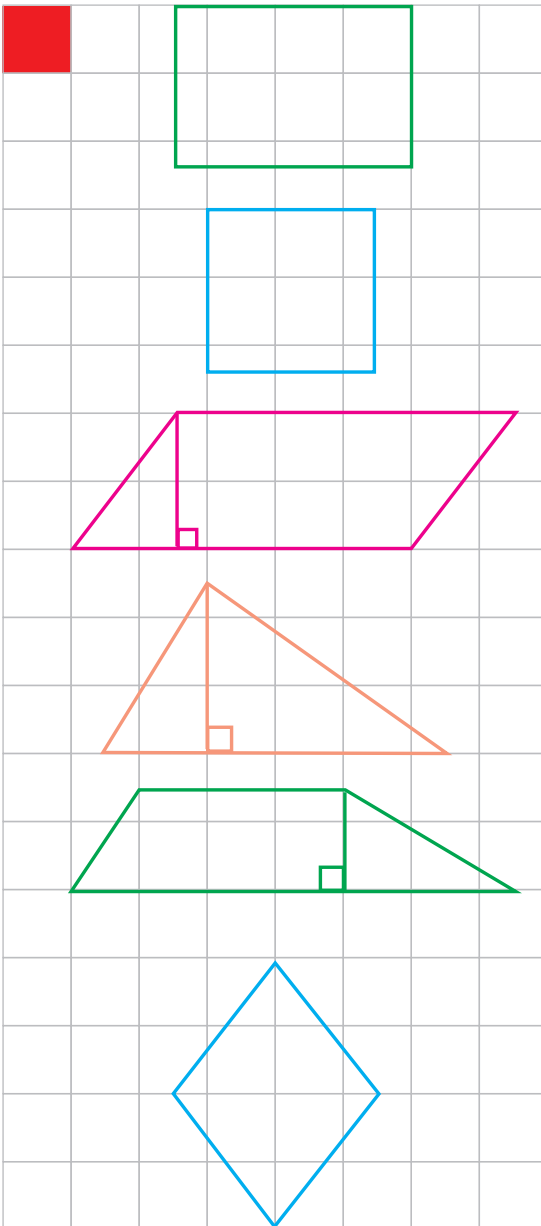
فعالیت



مانند نمونه مساحت شکل‌ها را یک بار با شمردن خانه‌های شطرنجی به دست آورید. بار دیگر مساحت‌ها را با توجه به اندازه‌ی ضلع‌های شکل، به کمک صفحه‌ی شطرنجی و استفاده از رابطه‌ی مساحت شکل‌ها، محاسبه کنید. پاسخ‌های دو قسمت را با هم مقایسه کنید.

از راه شمردن:

۱ سانتی‌متر مربع



$$\text{مساحت مستطیل} = 6 + 5 \times 0/5 + 0/25 =$$

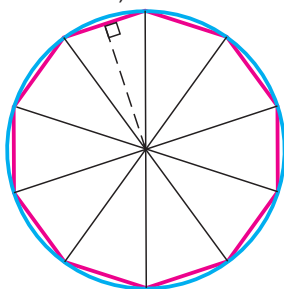
$$8/75 \text{ سانتی‌مترمربع}$$

به کمک رابطه:

$$\text{مساحت مستطیل} = 3/5 \times 2/5 =$$



در شکل روبه‌رو طول ضلع و ارتفاع یک مثلث را با خط‌کش با تقریب کمتر از $1/10$ (با واحد سانتی‌متر) اندازه بگیرید.



= اندازه‌ی قاعده = اندازه‌ی ارتفاع = اندازه‌ی ضلع = شعاع دایره

با توجه به اندازه‌های بالا مساحت دایره را به دو صورت به دست آورید.

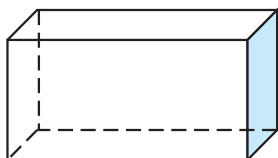
$$= 14/3 \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

$$= 10 \times \text{مساحت مثلث} = \text{مساحت دایره}$$

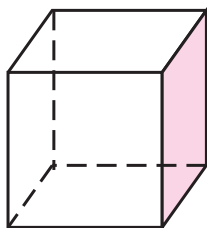
دلیل اختلاف پاسخ‌ها چیست؟

چگونه می‌توان دقت محاسبه‌ی مساحت دایره را افزایش داد؟

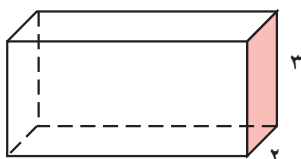
هر جسم هندسی دارای سطح‌های مختلف است. برای مثال یک مکعب مستطیل ۶ سطح (وجه) دارد که ۲ به ۲ با هم برابرند. سطح‌های (وجه‌های) برابر را در مکعب مستطیل روبه‌رو نشان دهید.



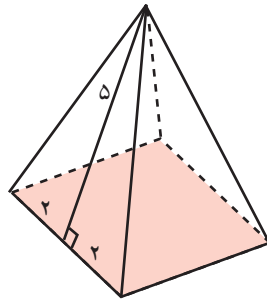
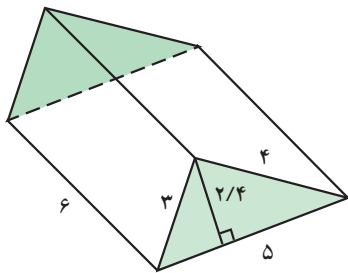
با توجه به اندازه‌های داده شده، مساحت همه‌ی سطح‌های جسم‌های زیر را پیدا کنید.



۲/۱ سانتی‌متر



۵/۵ سانتی‌متر



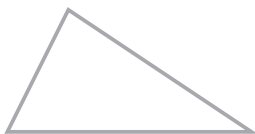
برای محاسبه‌ی مساحت شکل‌های هندسی ابتدا باید طول ضلع‌ها و دیگر اجزای مورد نیاز مانند ارتفاع را اندازه بگیریم. در این اندازه‌گیری از عدد تقریبی استفاده می‌کنیم.

۱- اندازه‌ی ضلع‌های کتاب ریاضی را با خطکش اندازه بگیرید. مساحت جلد کتاب ریاضی چند سانتی‌متر مربع است؟



۲- اندازه‌ی طول و عرض کلاس خود را با متر اندازه بگیرید و با تقریب کمتر از 0.1 بیان کنید. مساحت کلاس شما چند متر مربع است؟

۳- در شکل‌های زیر طول‌های مورد نیاز را اندازه بگیرید. مساحت شکل‌ها چند سانتی‌متر مربع است؟

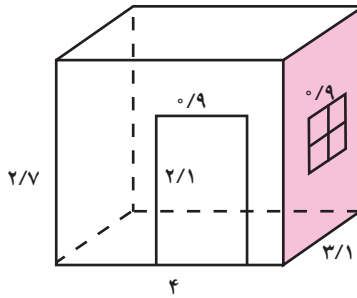


تمرین

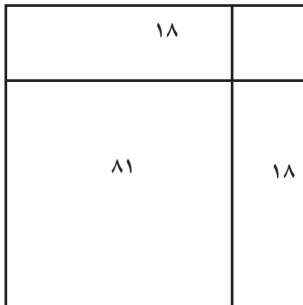


۱- فاطمه برای تولد دوستش یک عروسک خریده است. این عروسک در جعبه‌ای به اندازه‌های ۲۰ ، ۱۵ و ۶ سانتی‌متر است. فاطمه می‌خواهد با کاغذ رنگی تمام سطح‌های آن به‌جز وجهی که عروسک از آن دیده می‌شود را بپوشاند. او دست‌کم چند سانتی‌متر مربع کاغذ رنگی نیاز دارد؟

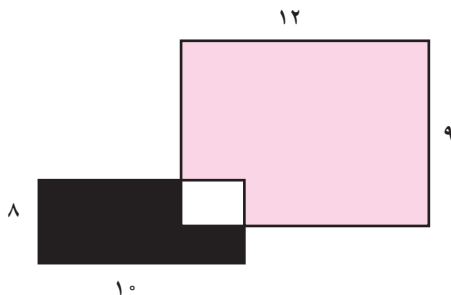
۲- یک اتاق به شکل زیر است. با توجه به اندازه‌های اتاق، در و پنجره، اگر یک نقاش بخواهد دیوارها و سقف را رنگ کند، چند مترمربع را باید رنگ بزند؟ اگر با هر کیلوگرم رنگ بتوان ۱۲ مترمربع را رنگ کرد، برای رنگ کردن این اتاق چند کیلوگرم رنگ نیاز دارد؟



۳- با توجه به شکل و مساحت‌های نوشته شده، طول ضلع مربع بزرگ را پیدا کنید.



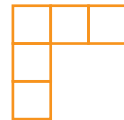
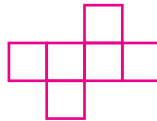
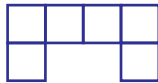
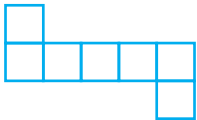
۴- اگر مساحت قسمت سیاه ۴۷ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت قسمت صورتی چه قدر است؟



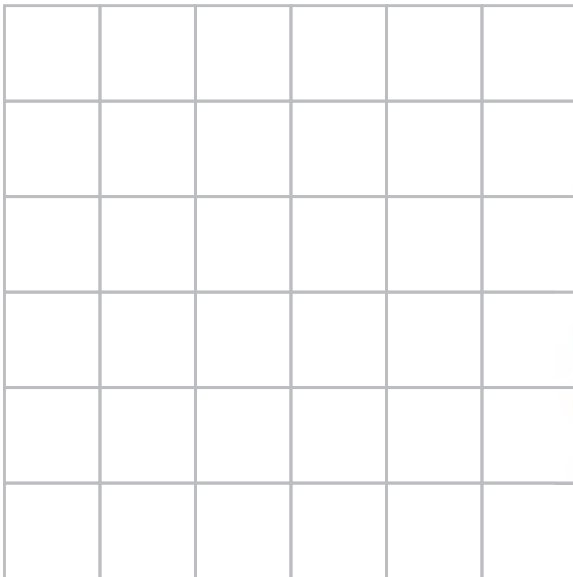
حل مسئله

برای حلّ بعضی از مسئله‌ها می‌توانید همه‌ی حالت‌های ممکن را در نظر بگیرید، سپس با توجه به شرایط و موضوعی که در مسئله طرح شده است، حالت‌های نامطلوب یا ناممکن را حذف کنید تا پاسخ مسئله پیدا شود.

۱- کدام یک از شکل‌های زیر باز شده‌ی (گسترده‌ی) یک مکعب است؟ توضیح دهید که چرا بقیه نمی‌توانند پاسخ مسئله باشند. یک دلیل برای هر شکل بنویسید.



۲- در یک خانه‌ی این صفحه‌ی شطرنجی یک گنج قرار دارد. هر بار می‌توانید دوسطح را مشخص کنید و از کسی که می‌داند گنج کجاست، پرسید که گنج در کدام یک از دو بخش است. با چند پرسش می‌توانید جای گنج را تعیین کنید؟



می‌توانید این بازی را در کلاس به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر در ذهن خود جای گنج را مشخص و دیگری با پرسیدن از او، گنج را پیدا کند. هر کسی با تعداد سؤال‌های کم‌تری گنج را یافت، برنده است.

(بخشی که گنج در آن نیست، نامطلوب است و می‌توانید آن بخش را حذف کنید.)

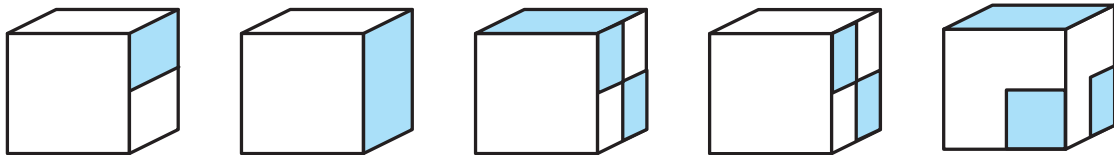
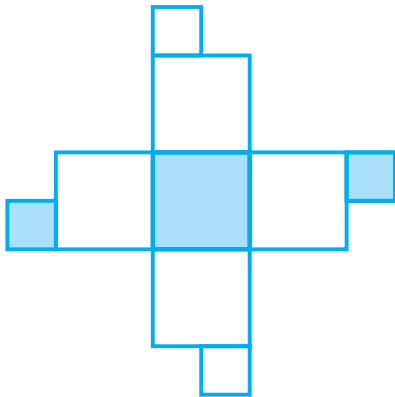
حذف حالت‌های نامطلوب

برای نوشتن همه‌ی حالت‌های ممکن می‌توانید تفکر نظام‌دار را به کار ببرید. سپس از بین همه‌ی حالت‌ها و با توجه به شرایط مسئله، پاسخ را پیدا کنید.

۱- حاصل ضرب ۳ عدد صحیح، ۷۲ است. مجموع این سه عدد ۱۴ است. آن سه عدد را پیدا کنید.

مسئله چند پاسخ دارد؟

۲- شکل روبه‌رو گسترده‌ی کدام مکعب‌هاست؟



برای رد کردن هر گزینه یک دلیل بیاورید.

۳- بزرگ‌ترین عدد سه رقمی را بنویسید که رقم تکراری نداشته باشد و بر ۱۵ بخش پذیر باشد.

مقایسه و اندازه‌گیری حجم

۱- می‌خواهیم حجم دو تکه سنگ را با هم مقایسه کنیم. با استفاده از لیوان مدرج چگونه می‌توان این کار را انجام داد؟ توضیح دهید.

فعالیت



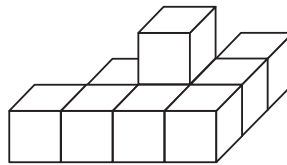
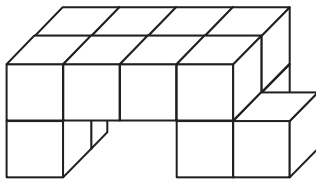
۲- چه روش‌های دیگری برای مقایسه‌ی دو حجم می‌شناسید؟

استفاده از روش‌های بالا همیشه ممکن نیست. برای مقایسه‌ی حجم‌ها به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر حجمی را می‌توان به‌عنوان واحد اندازه‌گیری به کار برد.

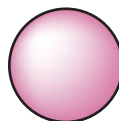
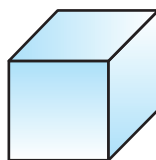
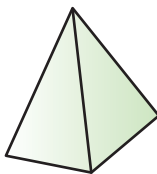
کار
در کلاس



۱- با مکعب‌های هم‌اندازه (چینه) حجم‌های زیر را بسازید.

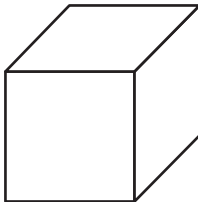
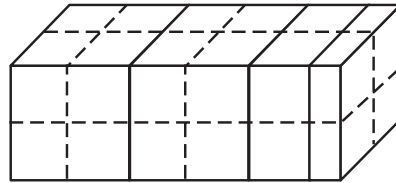
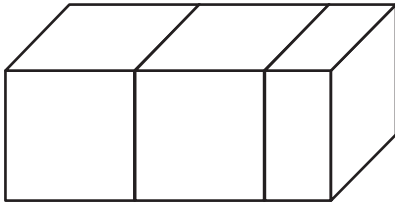


۲- با کدام یک از حجم‌های زیر بهتر می‌توان یک حجم را اندازه‌گیری کرد؟ چرا؟





حجم شکل را با ۲ واحد مختلف اندازه بگیرید و با عددهای مخلوط به صورت تقریبی بیان کنید.



حجم واحد (۱)



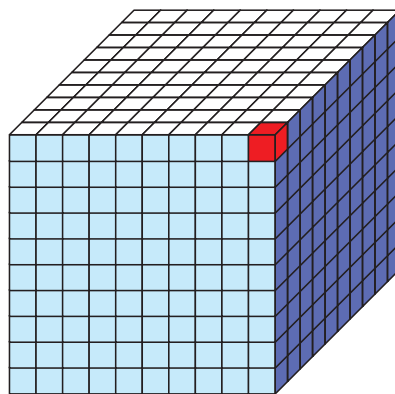
حجم واحد (۱)

چرا اندازه‌ها متفاوت است؟
کارکردن با کدام واحد ساده‌تر است؟
آیا برای تشخیص قسمت کسری، واحدها را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کردید؟

برای این‌که هر جسم، حجم معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به‌کار می‌بریم. بعضی از واحدهای استاندارد حجم مترمکعب، دسی‌مترمکعب و سانتی‌مترمکعب است.



۱- مانند نمونه واحدهای اندازه‌گیری را به هم تبدیل کنید.



یک سانتی‌مترمکعب



$$= 1000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \text{ دسی‌متر مکعب} = 1000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \text{ دسی‌متر مکعب} = 1000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \text{ دسی‌متر مکعب}$$

$$= 1 \text{ متر} \times 1 \text{ متر} \times 1 \text{ متر} = 1 \text{ مترمکعب}$$

$$= 1 \text{ متر} \times 1 \text{ متر} \times 1 \text{ متر} = 1 \text{ مترمکعب}$$

$$= 1000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \text{ دسی‌متر مکعب}$$

$$= 1000 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \text{ دسی‌متر مکعب}$$

۲- به کمک جدول تناسب واحدها را تبدیل کنید.

مترمکعب	۱	؟
دسی متر مکعب	۱۰۰۰	۳۵۰

$$? = \frac{۳۵۰ \times ۱}{۱۰۰۰} \rightarrow \text{مترمکعب} = ۳۵۰ \text{ دسی متر مکعب} \rightarrow$$

مترمکعب	۱	
ساتی متر مکعب	۱۰۰۰۰۰۰	

$$\rightarrow \text{ساتی متر مکعب} = ۲۷ / ۱ \text{ متر مکعب} \rightarrow$$

دسی متر مکعب	۱	
ساتی متر مکعب		

$$\rightarrow \text{ساتی متر مکعب} = ۷۰ / ۱ \text{ دسی متر مکعب} \rightarrow$$



۱- برای اندازه گیری هر کدام چه واحدی مناسب تر است؟

حجم یک اتاق:

حجم یک یخچال:

حجم یک حبه قند:

حجم یک صندوقچه:

۲- با توجه به موضوع و عدد نوشته شده واحد مناسبی انتخاب کنید.

حجم یک کمد لباس، $۱/۳۲$ ----- است.

حجم یک گاوصندوق، $۵/۰۸۴$ ----- است.

حجم یک بسته ۲۰ تایی کتاب ریاضی، ۱۲۰۰۰ ----- است.

۳- برای هر یک از اندازه های زیر یک مثال بیاورید.

$۲/۳$ متر مکعب:

۴۵ متر مکعب:

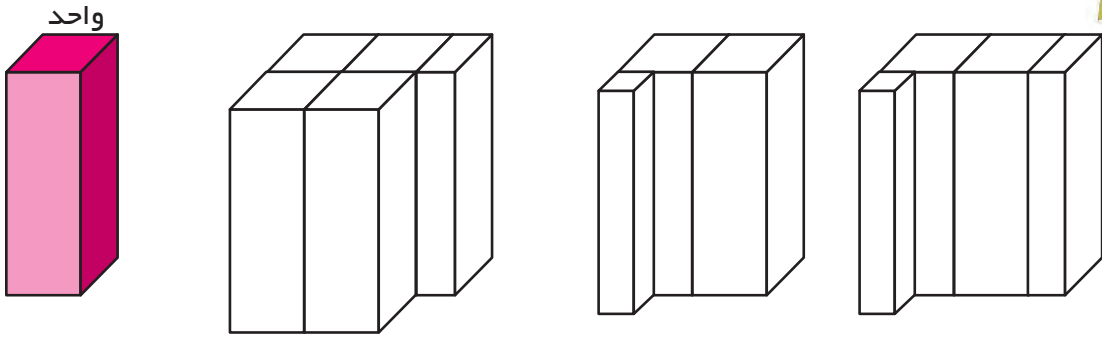
۹۲۰ ساتی متر مکعب:

$۴/۷۱$ دسی متر مکعب:

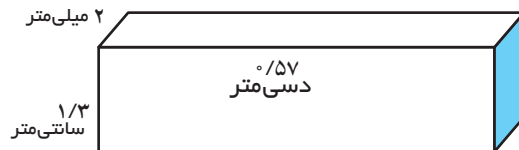
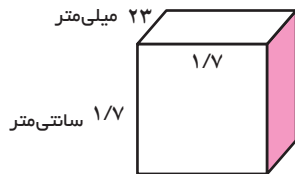
تمرین



۱- با توجه به واحد اندازه‌گیری داده شده، حجم هر شکل را با یک عدد مخلوط بیان کنید.

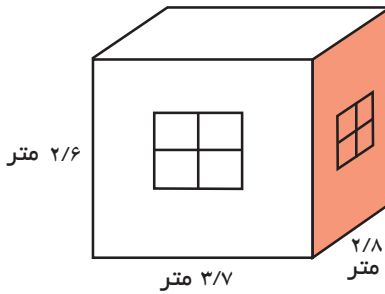


۲- حجم شکل‌ها را به دست آورید. (به واحدها توجه کنید.)

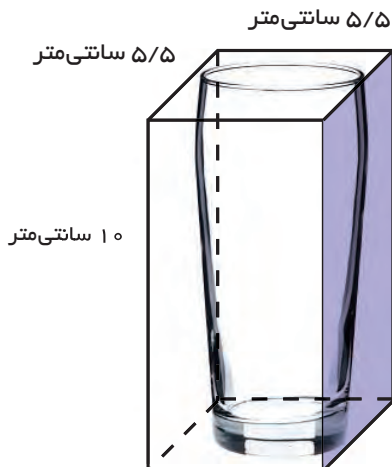


۳- گنجایش اتاق چند مترمکعب است؟

اگر $\frac{1}{5}$ هوای اتاق اکسیژن باشد، چند مترمکعب اکسیژن در هواست؟



۴- با توجه به حجم جعبه، گنجایش لیوان را به صورت تقریبی به دست آورید.



حجم شکل‌های هندسی

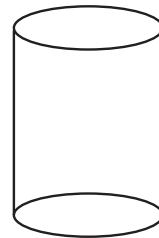
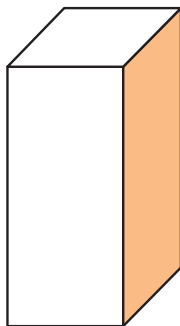
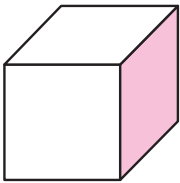
فعالیت



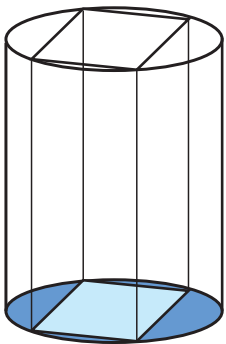
۱- شیء‌های زیر را بردارید و روی یک کاغذ بگذارید. دور تا دور آن‌ها را خط بکشید. بعد از برداشتن، چه شکلی دیده می‌شود؟



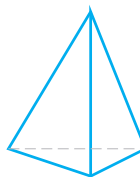
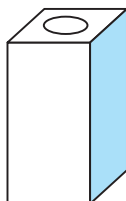
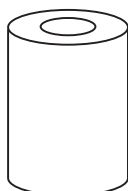
۲- حالا بگویید اگر حجم‌های هندسی زیر را روی کاغذ بگذاریم و دور آن‌ها خط بکشیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

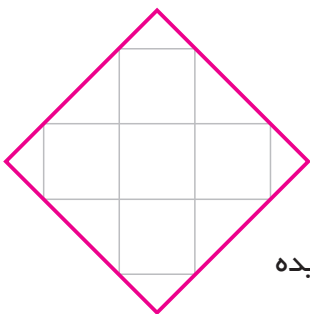


۳- درون یک استوانه، یک مکعب مستطیل گذاشته شده است، طوری که گوشه‌های مکعب روی لبه‌های استوانه است. اگر این حجم را از بالا و به‌طور عمودی نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟



۴- اگر هر یک از جسم‌های زیر را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟ آن را رسم کنید.

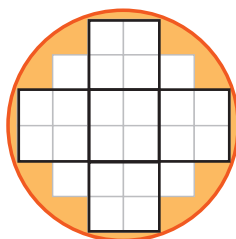




۱- یک مکعب مستطیل را با مکعب‌های کوچک واحد پر کرده‌ایم. شکل روبه‌رو تصویر آن را از بالا نشان می‌دهد.

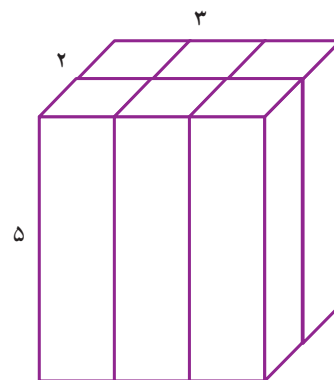
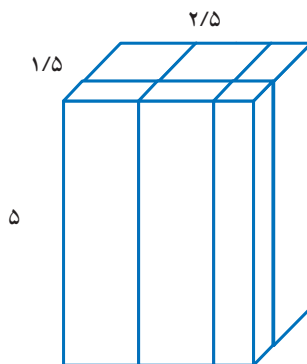
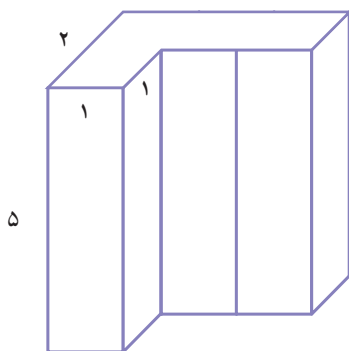
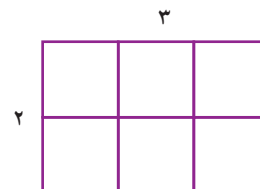
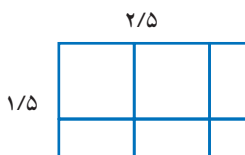
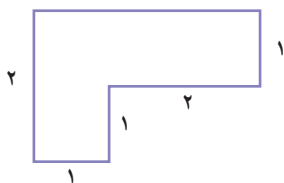
اگر در این مکعب مستطیل ۴ ردیف مکعب واحد به همین ترتیب چیده شده باشد، حجم مکعب مستطیل تقریباً چند مکعب واحد است؟

۲- یک استوانه را با مکعب‌های واحد پر کرده‌ایم، شکل زیر تصویر آن را از بالا نشان می‌دهد.



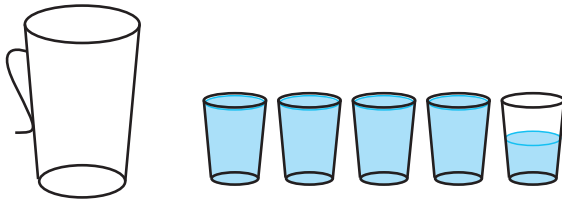
اگر ۵ ردیف مکعب واحد چیده شده باشد، حجم استوانه به صورت تقریبی چند مکعب واحد است؟ هر مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم تا مکعب واحد، کوچک‌تر شود. آیا با این کار تقریب بهتری از حجم به دست آورده‌ایم؟

۳- در شکل‌های زیر تصویر از بالای چند حجم هندسی کشیده شده است. اگر ارتفاع همه‌ی آن‌ها ۵ سانتی‌متر باشد، حجم هر کدام را حساب کنید.

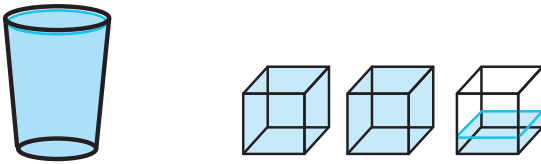




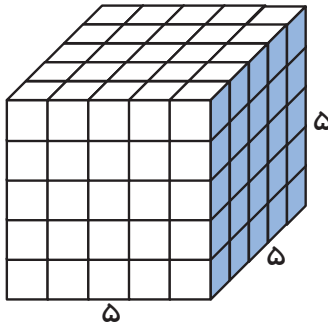
۱- یک پارچ پر از آب داشتیم. آب پارچ را در چند لیوان ریختیم. با توجه به شکل اگر واحد گنجایش را یک لیوان در نظر بگیریم، گنجایش پارچ را با یک عدد مخلوط بیان کنید.



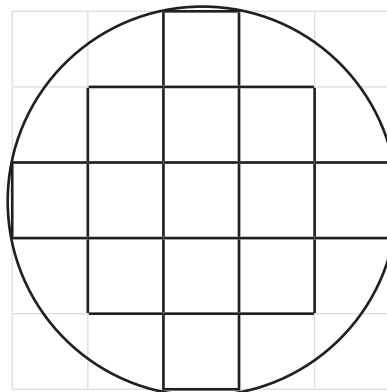
۲- سپس آب یک لیوان را در چند مکعب ریختیم، با توجه به شکل اگر واحد گنجایش را یک مکعب در نظر بگیریم، گنجایش یک لیوان را به صورت یک عدد مخلوط بیان کنید.



۳- هر مکعب بالا به صورت زیر با مکعب‌های ریزتری به حجم یک سانتی‌متر مکعب پر می‌شود. حال بگویید گنجایش پارچ بالا چند سانتی‌متر مکعب است؟



- ۱- با توجه به اطلاعات زیر گنجایش قندان را به دست آورید.
- هر حبه قند یک مکعب به ضلع ۱ سانتی‌متر است.
- در قندان ۵ ردیف قند چیده شده است.
- تصویر از بالای قندان به صورت زیر است.

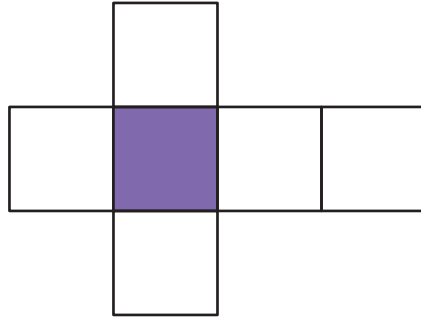
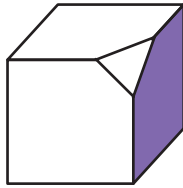


تمرین

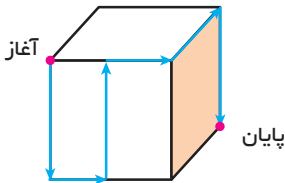


۱- یک لانه‌ی زنبور به شکل روبه‌روست. اگر مساحت یک شش ضلعی تقریباً ۱ سانتی‌متر مربع و ارتفاع این خانه تقریباً ۳ سانتی‌متر باشد، به‌طور تقریبی چند سانتی‌متر مکعب عسل از این کندو به‌دست می‌آید؟

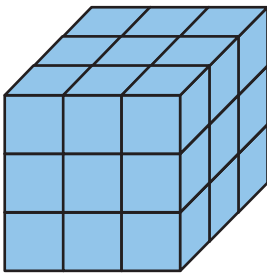
۲- یک گوشه‌ی مکعب را بریده‌ایم. شکل گسترده‌ی مکعب را اصلاح کنید.



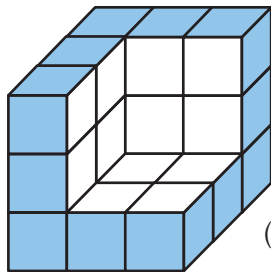
۳- یک مورچه مسیر مشخص شده را روی مکعبی به ضلع ۱۲ سانتی‌متر طی می‌کند. طول مسیر مورچه را به‌دست آورید؟



۴- برای رنگ کردن مکعب شکل ۱، از ۹ گرم رنگ استفاده کرده‌ایم. برای رنگ کردن قسمت‌های سفید شکل ۲، چند گرم رنگ نیاز داریم؟

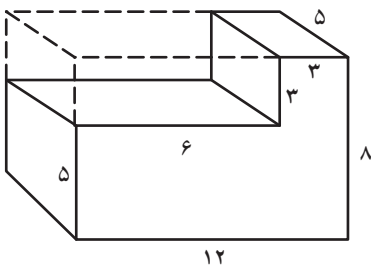


(۱)



(۲)

۵- چه کسری از مکعب‌مستطیل بزرگ برداشته شده است؟



مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.

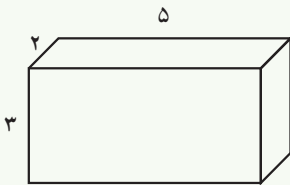


۱- واحدهای مختلف اندازه‌گیری سطح را نام ببرید.

۲- چگونه واحد مترمربع را به سانتی‌مترمربع تبدیل می‌کنید؟

۳- اگر یک شکل هندسی به شما بدهند، چگونه مساحت آن را حساب می‌کنید؟

۴- یک مکعب مستطیل چند وجه (سطح) دارد؟ چگونه مساحت همه‌ی سطح‌های آن را پیدا می‌کنید؟



۵- واحدهای مختلف اندازه‌گیری حجم یا گنجایش را نام ببرید.

۶- چگونه واحد مترمکعب را به دسی‌مترمکعب تبدیل می‌کنید؟

۷- تصویر از بالای یک حجم یعنی چه؟ یک مکعب مستطیل از بالا چه دیده می‌شود؟

۸- توضیح دهید که چگونه می‌توان گنجایش یک پارچ یا قندان را با واحد سانتی‌مترمکعب تقریب زد.