

درس چهارم : حجم اشکال هندسی (صفحه ی ۱۳۶ الی ۱۳۹)

هدف ها :

- مفهوم حجم و واحد سطح را درک کند .
- دستور محاسبه ی حجم های مکعب ، مکعب مستطیل ، استوانه و... را به دست آورد و با عبارت های جبری بیان کند .
- دستور محاسبه ی حجم شکل های هندسی را در پیدا کردن حجم شکل های هندسی به کار برد .
- تقویت تجسم فضایی دانش آموزان
- تشخیص جسم های هندسی از نمای بالا
- یادآوری گنجایش
- حل مسئله از راه تبدیل واحد ها
- استفاده از جدول تناسب برای تبدیل واحدهای حجم به یک دیگر

مهارت ها :

- محاسبه ی حجم شکل های هندسی
- تشخیص نمای بالای جسم های هندسی
- تبدیل واحد های حجم به یک دیگر به کمک جدول تناسب

آنچه دانش آموزان کلاس ششم می دانند :

- ۱- با مفهوم گنجایش در پایه ی چهارم ابتدایی آشنا شده اند .
- ۲- با مفهوم حجم در پایه ی پنجم ابتدایی آشنا شده اند .
- ۳- در کلاس پنجم باروش محاسبه ی حجم مکعب و مکعب مستطیل آشنا شده اند و آن را می دانند .

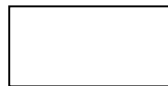
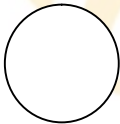
ارتفاع \times عرض \times طول = حجم مکعب مستطیل

تعداد طبقه ها \times حجم هر طبقه = حجم مکعب مستطیل

فعالیت ۱ صفحه ۱۳۶ :

سؤال فعالیت ۱ صفحه ۱۳۶ : اشیا زیر را بردارید و روی کاغذ بگذارید ، دور تا دور آن را خط بکشید . بعد از برداشتن چه شکلی دیده می شود ؟

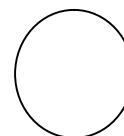
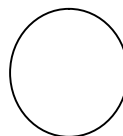
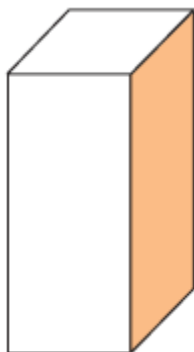
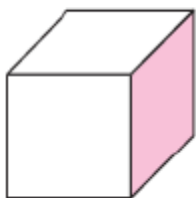
پاسخ پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ۱۳۶ :



فعالیت ۲ صفحه ۱۳۶ :

سؤال فعالیت ۲ صفحه ۱۳۶ : حالا بگویید اگر حجم های هندسی زیر را روی کاغذ بگذاریم ، دور آن ها خط بکشیم . چه شکلی دیده می شود ؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ۱۳۶ :



مربع

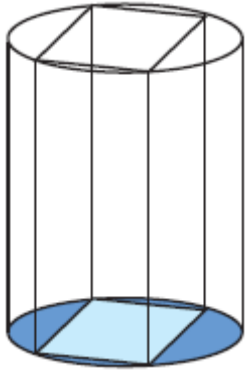
مربع یا مستطیل

دایره

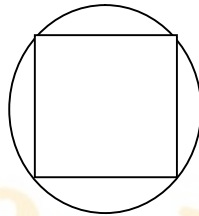
دایره

فعالیت ۳ صفحه ۱۳۶ : (هدف : تقویت تجسم فضایی)

سؤال فعالیت ۳ صفحه ۱۳۶ : درون یک استوانه یک مکعب مستطیل گذاشته شده است ، طوری که گوشه های مکعب روی لبه های استوانه است . اگر این حجم را از بالا و به طور عمودی نگاه کنیم ، چه شکلی دیده می شود ؟

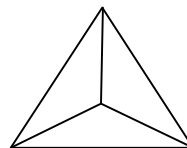
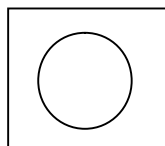
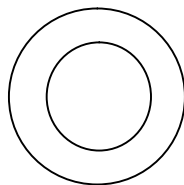
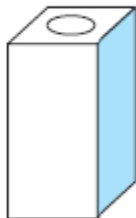


پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ۱۳۶ :



فعالیت ۴ صفحه ۱۳۶ : (هدف : تقویت تجسم فضایی)

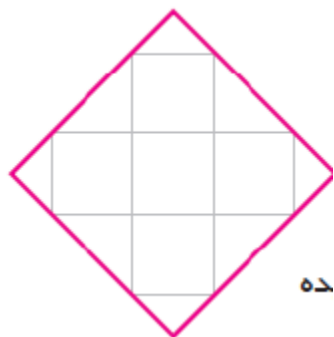
سؤال فعالیت ۴ صفحه ۱۳۶ : اگر هریک از اجسام زیر را از بالا نگاه کنیم ، چه شکلی دیده می شود . آن را رسم کنید ؟



پاسخ پیشنهادی فعالیت ۴ صفحه ۱۳۶ :

کار در کلاس ۱ صفحه ی ۱۳۷ :

سؤال کار در کلاس ۱ صفحه ی ۱۳۷ :



داخل یک مکعب مستطیل را با مکعب های کوچک واحد پر کرده ایم . شکل رو به رو تصویر آن را از بالا نشان می دهد .

اگر در این مکعب مستطیل چهار ردیف مکعب واحد به همین ترتیب چیده شده باشد ، حجم مکعب مستطیل تقریباً چند مکعب واحد است ؟

نکته ی کار در کلاس ۱ صفحه ی ۱۳۷ :

- ۱- ابتدا تعداد مکعب های یک ردیف را به دست می آوریم .
- ۲- حجم مکعب های یک ردیف را به دست می آوریم .
- ۳- برای محاسبه ی حجم مکعب مستطیل ، حاصل ضرب حجم مکعب های یک ردیف را در تعداد ردیف ها به دست می آوریم .

پاسخ پیشنهادی فعالیت صفحه ی ۱۳۷ :

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مربع}$$

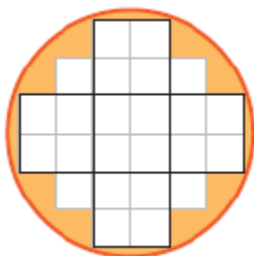
$$\text{تعداد مکعب های ردیف اول} \sim \text{۸ مکعب واحد}$$

می دانیم که طول ، عرض و ارتفاع مکعب مربع واحد با هم برابر است .

$$۳۲ \text{ مکعب واحد} = ۴ \times ۸ = ۳۲ \text{ حجم مکعب مستطیل}$$

کار در کلاس ۲ صفحه ی ۱۳۷ :

سؤال کار در کلاس ۲ صفحه ی ۱۳۷ :



یک استوانه را با مکعب های واحد پر کرده ایم شکل زیر تصویر آن را نشان می دهد ؟

اگر ۵ ردیف مکعب واحد چیده شده باشد . حجم استوانه به صورت تقریبی چند مکعب واحد است؟

نکته ی کار در کلاس ۲ صفحه ی ۱۳۷ :

- ۱- ابتدا تعداد مکعب های یک ردیف را به طور تقریبی به دست می آوریم .
- ۲- حجم مکعب های یک ردیف را به دست می آوریم .
- ۳- برای محاسبه ی حجم استوانه ، حاصل ضرب حجم مکعب های یک ردیف را در تعداد ردیف ها به دست می آوریم .

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ی ۱۳۷ :

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مربع}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه}$$

$$\text{تعداد ردیف ها} \times \text{حجم هر ردیف} = \text{حجم شکل}$$

$$۳۲ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تقریبا } ۸ \text{ مکعب واحد} + ۲۴ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تعداد مکعب های ردیف اول}$$

می دانیم که طول ، عرض و ارتفاع مکعب مربع واحد با هم برابر است .

$$۱۶۰ \text{ مکعب واحد} \quad ۱۶۰ = ۳۲ \times ۵ = \text{حجم استوانه}$$

ادامه ی سؤال کار در کلاس ۲ صفحه ی ۱۳۷ : هر مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم تا مکعب واحد کوچک تر شود آیا با این کار تقریب بهتری از تعداد مکعب ها به دست آورده ایم ؟

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۲ صفحه ی ۱۳۷ : پاسخ این سؤال به عهده ی دانش آموزان می باشد .

به طور مثال : بله هر چه واحد کوچک تر می شود تقریب بهتری از تعداد مکعب ها به دست می آوریم مثلا :

$$۱۲۸ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تقریبا } ۳۲ \text{ مکعب واحد} + ۹۶ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تعداد مکعب های ردیف اول با واحد کوچک تر}$$

می دانیم که طول ، عرض و ارتفاع مکعب مربع واحد با هم برابر است .

$$۶۴۰ \text{ مکعب واحد کوچک} \quad ۶۴۰ = ۱۲۸ \times ۵ = \text{حجم استوانه}$$

کار در کلاس ۳ صفحه ی ۱۳۷

سؤال کار در کلاس ۳ صفحه ی ۱۳۷ : در شکل های زیر تصویر از بالای چند حجم هندسی کشیده شده است . اگر ارتفاع همه ی آن ها ۵ سانتی متر باشد . حجم هر کدام را حساب کنید ؟

نکته ی کار در کلاس ۳ صفحه ی ۱۳۷ :

$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مستطیل}$$

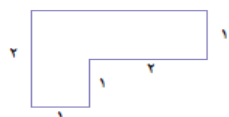
$$\text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت مربع}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مربع}$$

پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۳ صفحه ی ۱۳۷ :

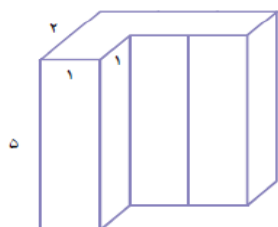
ابتدا تصویر از بالای شکل را به دو شکل مربع به ابعاد ۱ در ۱ و مستطیل به ابعاد ۳ ($۲+۱=۳$) در ۱ تقسیم می کنیم .



سانتی متر مربع $۳ = ۳ \times ۱ =$ مساحت مستطیل

سانتی متر مربع $۱ = ۱ \times ۱ =$ مساحت مربع

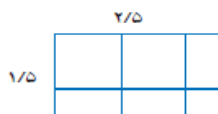
سانتی متر مربع $۴ = ۳ + ۱ =$ مساحت قاعده



ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم شکل یا ارتفاع \times عرض \times طول = حجم شکل

تعداد ردیف ها \times حجم هر ردیف = حجم شکل یا

سانتی متر مکعب $۲۰ = ۴ \times ۵ =$ حجم شکل

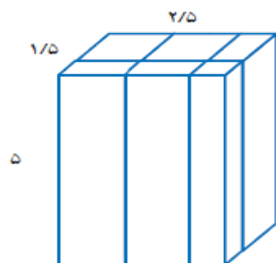


سانتی متر مکعب $۳/۷۵ = ۲/۵ \times ۱/۵ =$ مساحت قاعده

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم شکل یا ارتفاع \times عرض \times طول = حجم شکل

تعداد ردیف ها \times حجم هر ردیف = حجم شکل یا

سانتی متر مکعب $۱۸/۷۵ = ۳/۷۵ \times ۵ =$ حجم شکل

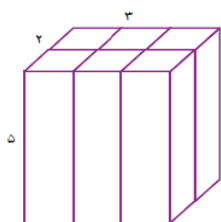


سانتی متر مکعب $۶ = ۳ \times ۲ =$ مساحت قاعده

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم شکل یا ارتفاع \times عرض \times طول = حجم شکل

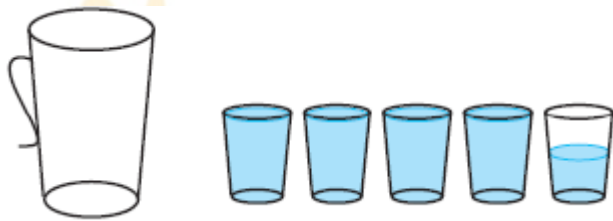
تعداد ردیف ها \times حجم هر ردیف = حجم شکل یا

سانتی متر مکعب $۳۰ = ۶ \times ۵ =$ حجم شکل



فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳۸ :

سؤال کار در کلاس ۱ صفحه ی ۱۳۸ : یک پارچ پر از آب داشتیم . آب پارچ را در چند لیوان ریختیم . با توجه به شکل اگر واحد گنجایش را یک لیوان در نظر بگیریم ، گنجایش پارچ را با یک عدد مخلوط بیان کنید ؟



پاسخ پیشنهادی کار در کلاس ۱ صفحه ی ۱۳۸ :

گنجایش یک لیوان = واحد اندازه گیری حجم

$$\text{لیوان} \quad \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4} = \text{گنجایش یک پارچ}$$

فعالیت ۲ صفحه ی ۱۳۸ :



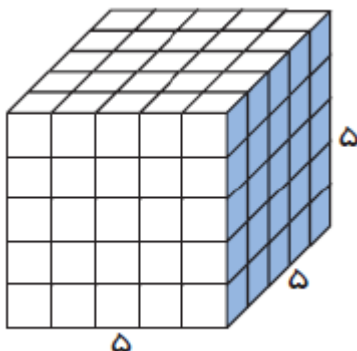
سؤال فعالیت ۲ صفحه ی ۱۳۸ : سپس آب یک لیوان را در چند مکعب ریختیم . با توجه به شکل اگر واحد گنجایش را یک مکعب در نظر بگیریم ، گنجایش لیوان را با یک عدد مخلوط بیان کنید ؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۲ صفحه ی ۱۳۸ :

گنجایش یک مکعب = واحد اندازه گیری حجم

$$\text{مکعب} \quad \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = \text{گنجایش یک لیوان}$$

فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ :



سؤال فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ : هر مکعب بالا به صورت زیر به مکعب های ریز تری به حجم یک سانتی متر مکعب پر می شود ، حالا بگویید گنجایش پارچ بالا چند سانتی متر مکعب است ؟

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ :

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب}$$

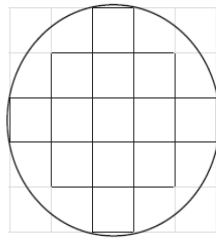
$$\text{سانتی متر مکعب} = ۵ \times ۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$\text{سانتی متر مکعب} = ۲۵ \times ۲ \frac{1}{4} = ۵۶/۲۵$$

$$\text{سانتی متر مکعب} = ۵۶/۲۵ \times ۴ \frac{1}{4} = ۲۵۳/۱۲۵$$

فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ :

سؤال فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ : با توجه به اطلاعات زیر گنجایش قندان را به دست آورید .



- هر حبه قند یک مکعب به ضلع ۱ سانتی متر است .
- در قندان ۵ ردیف قند چیده شده است .
- تصویر از بالای قندان به صورت زیر است .

پاسخ پیشنهادی فعالیت ۳ صفحه ی ۱۳۸ :

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مربع}$$

$$\text{تعداد ردیف ها} \times \text{حجم هر ردیف} = \text{حجم شکل}$$

$$۲۰/۵ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تقریبا } ۷/۵ \text{ مکعب واحد} + ۱۳ \text{ مکعب واحد کامل} \sim \text{تعداد مکعب های ردیف اول}$$

می دانیم که طول ، عرض و ارتفاع مکعب مربع واحد با هم برابر است .

$$۱۰۲/۵ \text{ مکعب واحد} = ۵ \times ۲۰/۵ = \text{گنجایش قندان}$$

تمرین ۱ صفحه ی ۱۳۹

سؤال تمرین ۱ صفحه ی ۱۳۹ : یک لانه ی زنبور به شکل رو به رو است . اگر مساحت یک شش ضلعی تقریبا ۱ سانتی متر مربع و ارتفاع این خانه تقریبا ۳ سانتی متر باشد ، به طور تقریبی چند سانتی متر مکعب عسل از این کندو به دست می آید ؟

پاسخ پیشنهادی تمرین ۱ صفحه ۱۳۹:



۸۴ ~ تعداد شش ضلعی های لانه ی زنبور ردیف اول

ارتفاع × عرض × طول = حجم شکل (لانه زنبور)

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم شکل (لانه زنبور)

یا

تعداد ردیف ها × حجم هر ردیف = حجم شکل

یا

ارتفاع × مساحت قاعده ~ گنجایش کندو

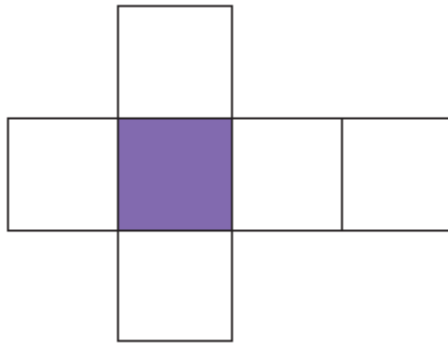
۸۴ متر مربع ~ مساحت قاعده

۲۵۲ متر مکعب $۲۵۲ = ۸۴ \times ۳$ ~ عسل کندو

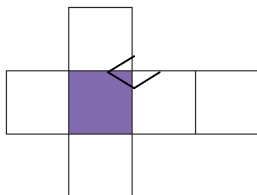
تمرین ۲ صفحه ۱۳۹

سؤال تمرین ۲ صفحه ۱۳۹:

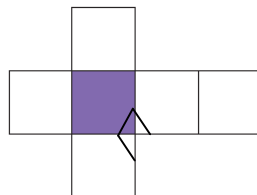
یک گوشه ی مکعب را بریده ایم . شکل گسترده ی مکعب را اصلاح کنید .



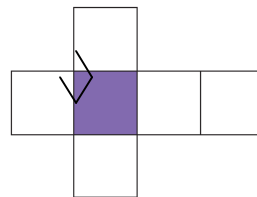
پاسخ پیشنهادی تمرین ۲ صفحه ۱۳۹:



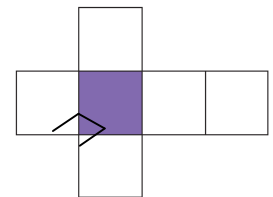
پاسخ ۴



پاسخ ۳



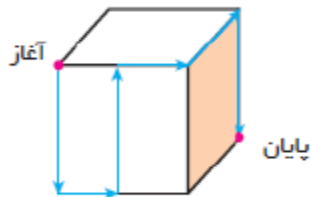
پاسخ ۲



پاسخ ۱

تمرین ۳ صفحه ی ۱۳۹

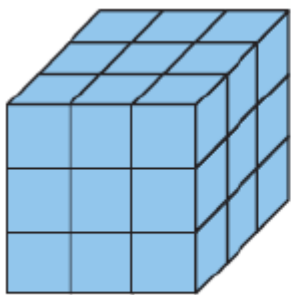
سؤال تمرین ۳ صفحه ی ۱۳۹ : یک مورچه مسیر مشخص شده را روی مکعبی به ضلع ۱۲ سانتی متر طی می کند . طول مسیر مورچه را به دست آورید ؟



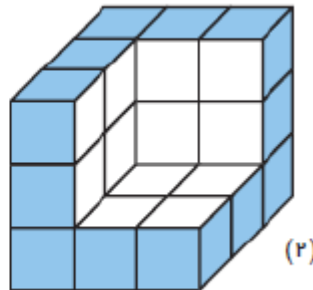
پاسخ پیشنهادی تمرین ۳ صفحه ی ۱۳۹ :

طول مسیر مورچه ۶۰ سانتی متر است $۱۲ + ۶ + ۱۲ + ۶ + ۱۲ + ۱۲ = ۶۰$

تمرین ۴ صفحه ی ۱۳۹



(۱)



(۲)

سؤال تمرین ۴ صفحه ی ۱۳۹ : برای رنگ کردن مکعب شکل ۱ ، از ۹ گرم رنگ استفاده کرده ایم . برای رنگ کردن قسمت های سفید حجم شکل ۲ چند گرم نیاز داریم ؟

پاسخ پیشنهادی تمرین ۴ صفحه ی ۱۳۹ :

همه ی شش سطح مکعب مربع با هم برابر است بنابراین کافی است مساحت یک سطح را محاسبه کنیم .

خودش \times یک ضلع = مساحت مربع

۹ مربع $۳ \times ۳ = ۹$ = مساحت مربع

۹ مربع $۶ \times ۹ = ۵۴$ = مساحت همه ی سطح های مکعب مربع

۱۲ مربع $۱۲ =$ مساحت قسمت های سفید

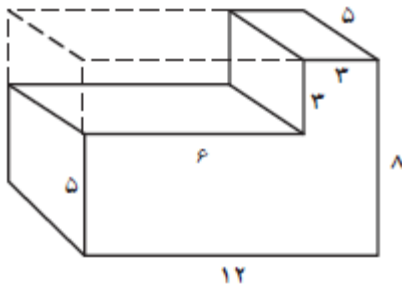
مساحت	۵۴	۱۲
رنگ	۹	؟

$؟ = \frac{۱۲ \times ۹}{۵۴} = ۲$

برای رنگ کردن قسمت های سفید حجم شکل دو ، ۲ گرم رنگ نیاز داریم .

سؤال تمرین ۵ صفحه ۱۳۹ : چه کسری از مکعب مستطیل بزرگ برداشته شده است ؟

پاسخ پیشنهادی تمرین ۵ صفحه ۱۳۹ :



$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

$$12 = \text{طول مکعب مستطیل بزرگ} \quad \text{سانتی متر}$$

$$5 = \text{عرض مکعب مستطیل بزرگ} \quad \text{سانتی متر}$$

$$8 = \text{ارتفاع مکعب مستطیل بزرگ} \quad \text{سانتی متر}$$

$$9 = (12 - 3) = \text{طول مکعب مستطیل کوچک} \quad \text{سانتی متر}$$

$$5 = \text{عرض مکعب مستطیل کوچک} \quad \text{سانتی متر}$$

$$3 = (8 - 5) = \text{ارتفاع مکعب مستطیل کوچک} \quad \text{سانتی متر}$$

$$\frac{\text{مکعب مستطیل کوچک}}{\text{مکعب مستطیل بزرگ}} = \frac{9 \times 5 \times 3}{12 \times 5 \times 8} = \frac{9}{32}$$

$$\frac{\text{مکعب مستطیل کوچک}}{\text{مکعب مستطیل بزرگ}} = \frac{9 \times 5 \times 3}{12 \times 5 \times 8} = \frac{9}{32}$$