

هدف ها :

- کسب توانایی جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط
- نمایش جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط روی محور اعداد و یا به صورت تصویری
- نمایش جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط به صورت گسترده نویسی

مهارت ها :

- دانش آموزان جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط را با استفاده از محور و یا به صورت تصویری یاد می گیرند.
- دانش آموزان گسترده نویسی عدد مخلوط را یاد می گیرند و از آن در عملیات جمع و تفریق استفاده می کنند.
- دانش آموزان چگونگی تفکیک یک کسر به چند کسر را می آموزند و از آن در تبدیل کسر به عدد مخلوط استفاده می کنند.
- از ماشین ورودی و خروجی برای عملیات روی کسرها استفاده می کنند.

توصیه های آموزشی درس سوم :

- دانش آموزان در جمع و تفریق اعداد مخلوط بایستی به کوچک ترین مخرج مشترک کسرها توجه کنند.
- گسترده نویسی اعداد مخلوط کم کم می کند تا دانش آموزان برای جمع و تفریق اعداد مخلوط قسمت های صحیح را با یک دیگر و قسمت های کسری را با یک دیگر جمع و یا تفریق کنند.
- دانش آموزان در تجزیه یک کسر، صورت کسر را می توانند به روش های مختلف تجزیه کرده و سپس تجزیه های مختلف از کسر را بنویسند.
- در تبدیل کسر به عدد مخلوط با استفاده از تقسیم کردن به نحوه ی تجزیه صورت باید توجه شود.

فعالیت ۱ صفحه ی ۱۲

آنچه دانش آموزان کلاس ششم می دانند :

- ۱ - دانش آموزان با کسر و عدد مخلوط آشنا هستند .

۲- دانش آموزان در پایه ی پنجم با جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط آشنا شده اند اما تا کنون جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط را با استفاده از محور اعداد انجام نداده اند .

۳- در پایه ی دوم و سوم ابتدایی با جمع و تفریق روی محور اعداد آشنا شده اند .

۴- در درس اول از فصل اول کتاب ششم با نمایش کسر و عدد مخلوط روی محور اعداد آشنا شده اند.

۵- با توجه به تمرین های صفحه ی ۴ و ۵ کتاب ششم ، می توانند واحد محور را به قسمت های مورد نیاز تقسیم کنند .

نکته ی فعالیت ۱ صفحه ی ۱۲ :

بعضی از دانش آموزان برای نشان دادن جمع و تفریق روی محور اعداد این گونه فکر می کنند :

۱- برای جمع یا تفریق دو عدد ابتدا روی محور اعداد از مبدا به اندازه ی عامل اول جمع یا تفریق جلو می روند.

۲- برای نشان دادن عامل اول مثلا $2\frac{1}{4}$ ، به اندازه ی $2\frac{1}{4}$ یعنی ۲ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ واحد جلو می رویم .

۳- به اندازه ی عامل دوم جمع روی محور اعداد (از نقطه ی انتهای عامل اول) به جلو می روند .

۴- به اندازه ی عامل دوم تفریق روی محور اعداد (از نقطه ی انتهای عامل اول) به عقب برمی گردند .

۵- با توجه به مخرج کسر یا عدد مخلوط واحد محور را به تعداد مورد نظر تقسیم می کنند .

۶- در صورتی که واحد های مخرج دو کسر یا عدد مخلوط یکی نباشد با به دست آوردن کوچک ترین مخرج

مشترک بین آن ها ، واحد محور را به تعداد مشترک بین دو کسر یا عدد مخلوط تقسیم می کنند .

۷- برای نشان دادن عامل دوم جمع یا تفریق مثلا $1\frac{1}{2}$ ، به اندازه ی $1\frac{1}{2}$ یعنی ۱ واحد کامل و $\frac{1}{2}$ واحد جلو یا عقب

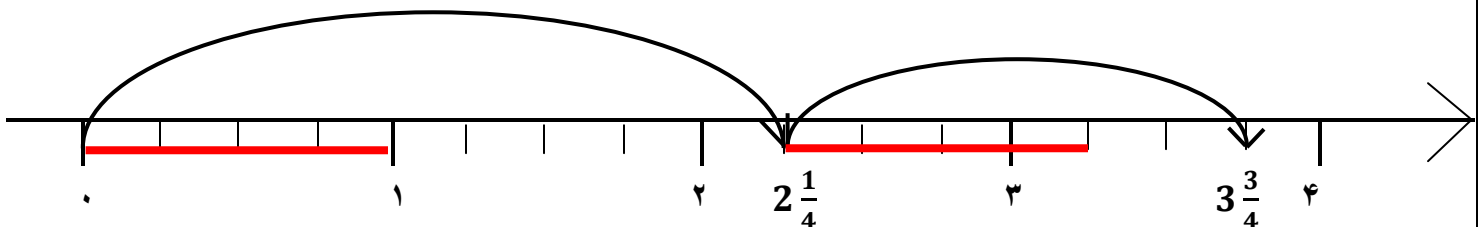
می روند .

۸- برخی از دانش آموزان برای نشان دادن عامل دوم جمع یا تفریق این گونه فکر می کنند که ابتدا به اندازه

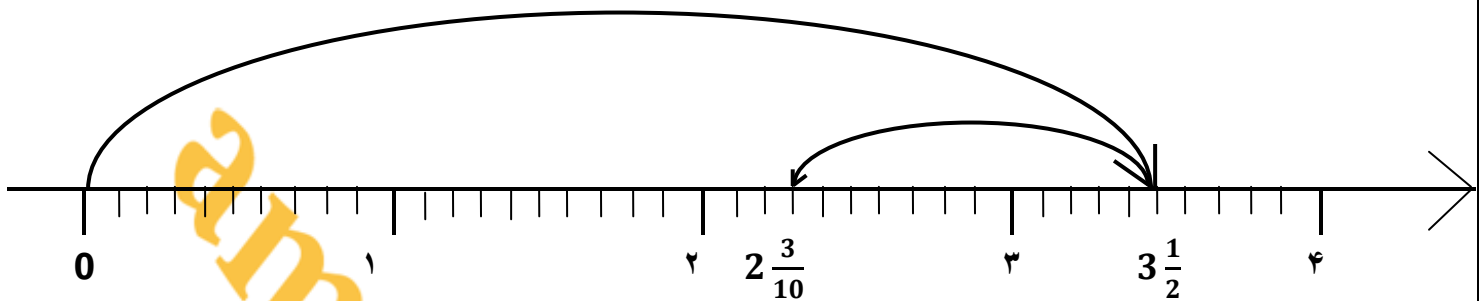
قسمت کسری یعنی $\frac{1}{2}$ واحد و سپس به اندازه ی قسمت صحیح یعنی ۱ واحد کامل به جلو یا عقب می روند .

۹- پس از به دست آوردن حاصل جمع یا تفریق به کمک محور ، پاسخ تساوی را می نویسند .

پاسخ فعالیت ۱ صفحه ی ۱۲ :



$$2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$$



$$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{5} = 2\frac{3}{10}$$

کاردر کلاس ۱ صفحه ی ۱۲

دانش آموزان باید جهت پاسخگویی به کاردر کلاس ۱ صفحه ی ۱۲ به نکات زیر توجه کنند :

- ۱- ابتدا کوچک ترین مخرج مشترک کسرها را پیدا کنند . (با توجه به مطالب آموخته شده در سال های گذشته به خصوص درس ۲ فصل اول کتاب ششم)
- ۲- واحد های محور اعداد را با توجه به مخرج مشترک کسرها به قسمت های مساوی تقسیم کنند .
- ۳- حاصل را به کمک محور اعداد (همانند فعالیت ۱ صفحه ۱۲) به دست آورند .

کار در کلاس صفحه ی ۱۳

نکته کار در کلاس صفحه ی ۱۳

- ۱- برای جمع یا تفریق عددهای مخلوط قسمت های صحیح را با هم و قسمت های کسری را با هم ، جمع یا تفریق کنید تا حاصل عبارت به دست آید .
- ۲- برای پاسخگویی راحت تر ابتدا قسمت های صحیح و سپس قسمت های کسری را کنار هم بنویسید .
- ۳- در انتها جواب را تا حد امکان ساده کنید .

مثال کار در کلاس صفحه ۱۳

$$3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{12} = (3 + 1 - 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = 2 + \left(\frac{6}{12} + \frac{3}{12} - \frac{1}{12}\right) = 2\frac{8}{12} = 2\frac{2}{3}$$

فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳

آنچه دانش آموزان کلاس ششم می دانند :

۱- دانش آموزان با کسر و عدد مخلوط آشنا هستند .

۲- دانش آموزان در پایه پنجم با جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط آشنا شده اند اما حاصل جمع و تفریق عدد مخلوط را با استفاده از شکل به دست نمی آورند .

۳- در کلاس ششم (صفحه ی ۱۲) جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط را با استفاده از محور اعداد انجام داده اند .

در این فعالیت دانش آموزان حاصل جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط را با استفاده از شکل به دست می آورند .

در تفریق قسمت های کسری اگر مقدار کسر دوم (قسمت کسری عامل دوم تفریق) بیش تر از مقدار کسر اول (قسمت کسری عامل اول تفریق) باشد ، یک واحد کامل کسر اول را باز کنید و آن را به مقدار کسر اضافه کنید سپس حاصل را محاسبه کنید .

مراحل پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ (جمع دو عدد مخلوط با رسم شکل)

بعضی از دانش آموزان برای نشان دادن جمع دو عدد مخلوط با رسم شکل این گونه فکر می کنند :

۱- برای رسم شکل واحد را مشخص می کنند .

۲- ابتدا به اندازه ی عامل اول و سپس به اندازه ی عامل دوم جمع شکل می کشند .

۳- برای رسم شکل عامل اول جمع مثلا $2\frac{1}{2}$ ، به اندازه ی ۲ واحد کامل و $\frac{1}{2}$ واحد شکل می کشند .

۴- برای رسم شکل عامل دوم جمع مثلا $1\frac{1}{4}$ ، به اندازه ی ۱ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ واحد شکل می کشند .

۵- با شمردن واحدهای کامل شکل های رسم شده حاصل واحد های کامل را بیان می کنند .

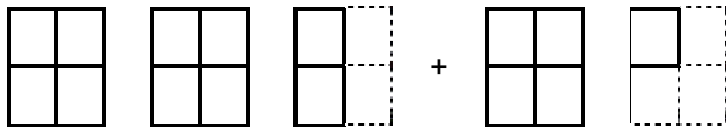
۶- با قرار دادن فرضی قسمت های کسری در کنار یک دیگر حاصل جمع قسمت های کسری را بیان می کنند .

۷- با استفاده از موارد ۵ و ۶ حاصل جمع دو عدد مخلوط را بیان می کنند .

۸- برخی از دانش آموزان به یک باره حاصل جمع را با کمک شکل (مجموع واحد های کامل و قسمت های کسری) بیان می کنند .

۹- پس از به دست آوردن حاصل جمع با رسم شکل ، پاسخ تساوی را می نویسند .

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$$



مراحل پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ (جمع دو عدد مخلوط با رسم شکل)

نکته : هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورز ، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد .

شکل را روی مقوا بکشند با استفاده از ابزار قیچی قسمت های واحد کامل (مربع واحد) و قسمت های کسری (کسری از واحد کامل) را ببرند ، با کنار هم قراردادن قسمت های کسری (در صورت امکان) واحد کامل ، بسازند؛ سپس با جمع واحد های کامل و کسری از واحد پاسخ را بیان کنند. (دست ورز)

با استفاده از رسم شکل و شمردن واحد های کامل و قسمت های کسری پاسخ را محاسبه کنند و حاصل را بیان کنند . (تصویری)

نحوه ی محاسبه ی جمع دو عدد مخلوط با رسم شکل را توضیح دهند تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال آنان بالا رود. (کلامی)

فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ (تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل)

نکته ی فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ :

در تفریق عدد مخلوط اگر قسمت های کسری مقدار کسر دوم (عامل دوم تفریق) بیش تر از قسمت کسری ، کسر اول (عامل اول تفریق) باشد ، یک واحد کامل از قسمت صحیح کسر اول (عامل اول تفریق) را باز کنید و آن را به مقدار کسر اول (عامل اول تفریق) اضافه کنید سپس حاصل را محاسبه کنید .

مراحل پیشنهادی تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل (فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳) :

۱- برای رسم شکل واحد را مشخص کنید .

۲- به اندازه ی عامل اول تفریق ، شکل رسم کنید .

۳- برای رسم شکل عامل اول تفریق مثلا $3\frac{1}{3}$ ، به اندازه ی ۳ واحد کامل و $\frac{1}{3}$ واحد شکل رسم کنید .

۴- به اندازه عامل دوم تفریق مثلا $1\frac{1}{2}$ (۱ واحد کامل و $\frac{1}{2}$ واحد) باید از شکل خط بزنید.

۵- ابتدا به اندازه ی واحد های کامل (قسمت صحیح) عامل دوم تفریق (در مثال بالا به اندازه ی ۱ واحد) از شکل خط می زنند.

۶- سپس به اندازه ی قسمت کسری عامل دوم تقسیم ، (در مثال بالا به اندازه ی $\frac{1}{2}$ واحد) باید از شکل خط بزنند .

۷- با توجه به این که مخرج ، قسمت کسری عامل اول (۳) با مخرج ، قسمت کسری عامل دوم تفریق (۲) برابر نیست ، بهتر است که کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر را محاسبه کنند (کوچک ترین مخرج مشترک این دو کسر ۶ می باشد).

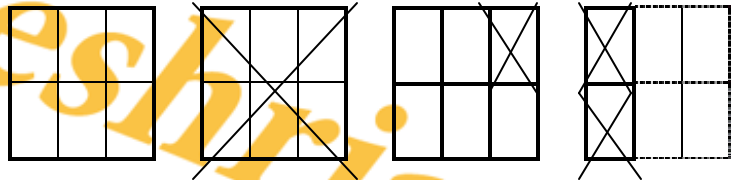
۸- کسر مساوی عامل اول تفریق $\frac{2}{6}$ ($\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$) و کسر مساوی عامل دوم تفریق $\frac{3}{6}$ ($\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$) است .

۹- چون قسمت کسری عامل دوم از قسمت کسری عامل اول تفریق بزرگ تر است پس باید دانش آموزان یک واحد را باز کرده و به قسمت کسری عامل اول ($\frac{2}{6} + \frac{6}{6} = \frac{8}{6}$) تفریق اضافه کنند .

۱۰- حالا دانش آموزان به اندازه ی قسمت کسری ، عامل دوم ($\frac{3}{6}$) از قسمت کسری عامل اول ($\frac{8}{6}$) خط می زنند.

۱۱- با شمردن واحدهای کامل و قسمت های کسری باقیمانده شکل ، حاصل تفریق را بیان می کنند .

۱۲- پس از به دست آوردن حاصل تفریق با رسم شکل ، پاسخ تساوی را می نویسند .



یک واحد باز شده است .

$$3 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{2} = 2 \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 1 \frac{8}{6} - \frac{3}{6} = 1 \frac{5}{6}$$

مراحل پیشنهادی فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ (تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل)

نکته : هر دانش آموز باید فعالیت های دست ورز ، تصویری و کلامی را انجام دهد تا به سطح مورد نظر برسد .

شکل را روی مقوا بکشید با استفاده از ابزار قیچی قسمت های واحد کامل (مربع واحد) و قسمت های کسری (کسری از واحد کامل) را ببرید ، به اندازه ی ۱ واحد (قسمت صحیح کسر دوم) از واحد های صحیح شکل بردارید . چون

قسمت کسری عامل دوم از قسمت کسری عامل اول تفریق بزرگ تر است پس باید یک واحد کامل را باز کنید . سپس به

اندازه ی قسمت کسری ، عامل دوم ($\frac{3}{6}$) از قسمت کسری عامل اول ($\frac{8}{6}$) بردارید . با شمردن واحدهای کامل و قسمت

های کسری باقیمانده ی شکل ، حاصل تفریق را بیان کنید . (دست ورز)

با استفاده از رسم شکل (به مقدار عامل اول تفریق) و خط زدن واحد های کامل و قسمت های کسری عامل دوم تفریق پاسخ را محاسبه کنید و حاصل را بیان کنید . (تصویری)

نحوه ی محاسبه ی تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل را توضیح ده ید تا قدرت ارتباط کلامی و توانایی استدلال شما بالا رود. (کلامی)

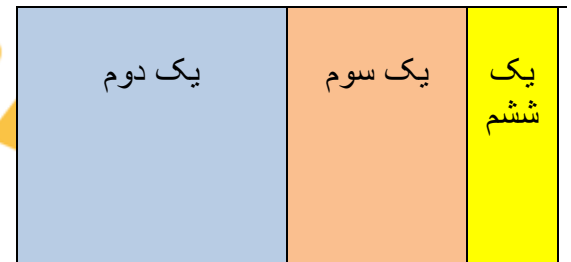
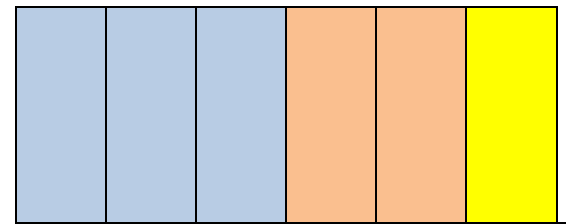
فعالیت آخر صفحه ی ۱۳:

نکته ی فعالیت آخر صفحه ی ۱۳:

این تمرین می تواند پیش نیاز تمرین ۱ صفحه ی ۱۴ باشد .

پاسخ پیشنهادی فعالیت آخر صفحه ی ۱۳:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$



کار در کلاس صفحه ۱۴ :

برخی از دانش آموزان کلاس ششم درباره ی پاسخ کار در کلاس صفحه ۱۴ این گونه فکر می کنند :

۱- برای جمع یا تفریق دو یا چند عدد با یکدیگر (عدد مخلوط با عدد مخلوط یا کسر و یا عدد صحیح) ابتدا قسمت های صحیح و سپس قسمت های کسری را با هم ، جمع یا تفریق می کنند تا حاصل عبارت به دست آید .

۲- در صورت نیاز جهت تفریق دو عدد یک واحد کامل را باز کرده و به قسمت کسری اضافه می کنند . [به شرح فعالیت ۱ صفحه ی ۱۳ (تفریق دو عدد مخلوط با رسم شکل) مراجعه شود]

۳ - در انتها جواب را تا حد امکان ساده کنید .

فعالیت ۱ صفحه ۱۴ :

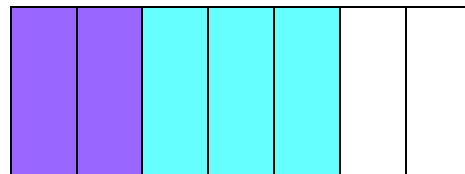
آنچه دانش آموزان کلاس ششم می دانند :

۱ - دانش آموزان با جمع و تفریق کسر و عدد مخلوط در پایه پنجم آشنا شده اند .

۲ - دانش آموزان در کلاس ششم ، حاصل جمع یا تفریق کسر و عدد مخلوط را با استفاده از محور اعداد و رسم شکل به دست می آورند .

۳- برای جمع و تفریق عددمخلوط و کسری که مخرج برابر ندارد از کوچک ترین مخرج مشترک استفاده می کنند اما تاکنون به این ترتیب که یک مخرج را بنویسند و صورت ها را باهم جمع و یا تفریق کنند ، عمل نکرده اند .

نکته ی فعالیت ۱ صفحه ۱۴ :



۱- برای جمع و تفریق کسرهایی که مخرج برابر دارند یک مخرج

را بنویسید و صورت ها را با هم جمع یا تفریق کنید .

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

۲- به مثال بالا توجه کنید ، اگر از طرف راست عبارت بالا به طرف چپ حرکت کنید ، می توانید یک کسر را به

$$\frac{5}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$$

حاصل جمع یا تفریق دو یا چند کسر تبدیل کنید؛ بنابراین :

۳- بنابراین اگر صورت یک کسر را تفکیک کنید ، می توانید یک کسر را به حاصل جمع یا تفریق دو یا چند کسر تبدیل کنید ، به مثال زیر توجه کنید .

$$\frac{5}{7} = \frac{4+2-1}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} \quad ; \quad \frac{5}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{5}{7} = \frac{7-5+3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} + \frac{3}{7}$$

کسر $\frac{5}{7}$ را می توانیم به صورت های دیگری نیز بنویسید .

۴- برای تجزیه و تفکیک صورت هر کسر می توانید از حالت های مختلف جمع و تفریق عددها بهره ببرید ، بنابراین یک عدد (صورت کسر) را می توانید به روش های متفاوتی تجزیه کنید و کسرها ی حاصل را تفکیک نمایید .

پاسخ پیشنهادی تمرین ۱ صفحه ی ۱۴ :

$$\frac{6}{7} = \frac{3+2+1}{7} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{4+2-1}{9} = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2-1}{6} = \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} + \frac{0}{2}$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{0}{1} \cdot 2$$

تمرین ۱ صفحه ی ۱۴: (مراحل تبدیل کسر به عدد مخلوط به کمک تقسیم)

روش حل تمرین ۱ صفحه ی ۱۴ به روش تبدیل کسر به مجموع دو کسر :

۱- همانند تمرین ۱ صفحه ی ۱۴ (تمرین بالا) ابتدا کسر $(\frac{2}{7})^2$ را به صورت مجموع دو عدد کسری بنویسید .

۲- در نوشتن مجموع دو عدد کسری دقت کنید به طوری که

صورت کسر اول :

الف) بزرگ ترین عددی باشد که برمخرج آن بخش پذیر باشد.. ب) مساوی یا بیش تر ازمخرج کسر باشد .

صورت کسر دوم : الف) کم تر ازمخرج کسر باشد .

۳- صورت کسر اول را برمخرج همان کسر تقسیم کرده و حاصل را به صورت عدد صحیح بنویسید .

۴-مقدار عدد صحیح را با مقدار کسر دوم جمع کنید و حاصل را به صورت عدد مخلوط بنویسید .

روش حل تمرین ۱ صفحه ی ۱۴ به روش تقسیم صورت برمخرج همان کسر :

نکته : این روش به عنوان روش پیشنهادی در انجام فعالیت ۱ صفحه ی ۳ مطرح شده است .

۱- برای تبدیل کسر $\frac{2}{7}$ به عدد مخلوط ، ابتدا ۲۲ (صورت کسر) را بر ۷ (مخرج کسر) تقسیم کنید .

۲- خارج قسمت این تقسیم ۳ و باقیمانده ی آن ۱ می شود .

۳- کسر $\frac{2}{7}$ ، از ۳ واحد کامل (خارج قسمت) و $\frac{1}{7}$ واحد (باقیمانده) تشکیل شده است .

۴- بنابراین کسر $\frac{2}{7}$ برابر $3\frac{1}{7}$ است .

$$\begin{array}{r} 22 \quad | \quad 7 \\ - 21 \quad 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

خارج قسمت = قسمت
صحیح

باقیمانده = صورت
قسمت کسری

تمرین ۱ صفحه ی ۱۵ (ماشین با ورودی و خروجی)

آنچه دانش آموزان کلاس ششم می دانند :

– دانش آموزان پایه ی ششم با این نوع ماشین آشنا هستند اما تا کنون ارتباط بین ستون اول و آخرچنین ماشینی را محاسبه نکرده اند.

دانش آموزان کلاس ششم برای پاسخ گویی به این تمرین این گونه فکر می کنند .

ماشین شماره ۱ :

۱- عددهای ستون اول (مثلا ۷) با مقدار ۵ جمع شده و عددهای ستون دوم (مثلا ۱۲) حاصل شده است .

۲- از عددهای ستون دوم (مثلا ۱۲) به مقدار ۴ واحد کم شده و عددهای ستون سوم (مثلا ۸) حاصل شده است .

۳- عددهای ستون سوم (مثلا ۸) با مقدار ۳ جمع شده و عددهای ستون چهارم (مثلا ۱۱) حاصل شده است .

۴- با توجه به مراحل بالا ستون اول با انجام عملیات $(\square + 4 = \square + 3 + 4 - 5 + \square)$ به ستون آخر تبدیل می شود .

ماشین شماره ۲ :

۱- عددهای کسری ستون اول (مثلا $\frac{2}{7}$) با مقدار $\frac{1}{7}$ جمع شده و عددهای ستون دوم (مثلا $\frac{3}{7}$) حاصل شده است .

۲- عددهای کسری ستون دوم (مثلا $\frac{3}{7}$) با مقدار $\frac{3}{7}$ جمع شده و عددهای ستون سوم (مثلا $\frac{6}{7}$) حاصل شده است .

۳- از عددهای کسری ستون سوم (مثلا $\frac{6}{7}$) به مقدار $\frac{2}{7}$ واحد کم شده و عددهای ستون چهارم (مثلا $\frac{4}{7}$) حاصل شده است .

۴- با توجه به مراحل بالا ستون اول با انجام عملیات $(\square + \frac{1}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \square + \frac{4}{7})$ به ستون آخر تبدیل می شود.

نکته ی تمرین ۱ صفحه ی ۱۵

ماشین اول عددهای صحیح راطی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد صحیح دیگری که چهار واحد بیش تر است ، تبدیل می کند اما ماشین دوم عددهای کسری راطی سه مرحله با عملیات ریاضی به عدد کسری دیگری که $\frac{2}{7}$ واحد بیش تر است ، تبدیل می کند .

تمرین ۲ صفحه ی ۱۵

پاسخ تمرین ۲ صفحه ی ۱۵:

در این غذا $\frac{7}{8}$ قاشق نمک استفاده شده است .
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}$$

تمرین ۳ صفحه ی ۱۵

پاسخ تمرین ۳ صفحه ی ۱۵ : جواد در این روز $3\frac{3}{1}$ ساعت برای کارهای مدرسه اش اختصاص داده است .