

به نام خدا

ریاضی ششم فصل ششم : آمار و احتمال حل مسئله : راهبرد حدس و آزمایش ( صفحه ی ۱۱۰ الی ۱۱۱ )

هدف ها :

- آشنایی دانش آموزان با راهبرد حدس و آزمایش برای حل مسئله .
- درک کاربرد راهبرد حدس و آزمایش و توانایی به کار گیری آن در حل مسئله .

مهارت ها :

- کسب رابطه ی بین اعداد و اشکال و استفاده از آن در حل مسئله ها .
- مهارت و توانایی به کار گیری راهبرد حدس و آزمایش در حل مسئله ها .

توصیه های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حدس و آزمایش :

- ۱ - در حل بعضی از مسئله های ریاضی ، حدس و آزمایش می تواند مسئله را ساده کند .
- ۲ - الگوهای عددی شامل رابطه ی بین اعداد و الگوهای هندسی شامل رابطه ی بین اشکال است .
- ۳ - دانش آموزان با فعالیت های دست ورزی می توانند رابطه های بین بعضی از اشکال هندسی را بهتر درک کنند .
- ۴ - معلم بایستی راهبردی الگویابی را همراه با حل مسئله به کمک دانش آموزان توضیح دهد . سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد ، دانش آموزان توانایی به کار گیری از آن را در حل مسائل می آموزند .
- ۵ - به دانش آموزان آموزش دهید که حدس ها ، بررسی ، آزمایش و نتیجه گیری خود را ثبت کنند .
- ۶ - به دانش آموزان آموزش دهید که حدس ها ی خود را منطقی بزنند ، یعنی پس از بررسی و نتیجه گیری حدس اول خود ، حدس دوم را بر اساس آن تعیین کنند نه این که بدون منطق و دلیل حدس های پراکنده بزنند تا شاید یکی از آن ها درست از کار در آید .
- ۷ - برای حل مسئله با راهبرد حل مسئله ی ساده تر بهتر است مراحل فهمیدن مسئله - انتخاب راهبرد - حل مسئله - بازگشت به عقب را طی کنید .

نکته ی حل مسئله با راهبرد الگویابی صفحه ی ۳۰

بعضی از مسئله ها روش و راه حل مستقیم ندارند و یا رسیدن به جواب از روش های معمول طولانی تر و دشوار است اما می توان با یک روش منطقی و منظم جواب مسئله را با حدس زدن و آزمایش پیدا کرد .

### مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰

سئوال مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰: در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد . تعداد پاهای آن ها روی هم ۵۶ عدد است . در این مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد ؟

### نکته ی مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰:

۱- این مسئله را در فصل اول با روش رسم شکل حل کردید . حالا با راهبرد حدس زدن ، پاسخ مسئله را پیدا می کنیم .

۲- جدول زیر مراحل حدس زدن و نحوه ی آزمایش کردن و نتیجه گیری منطقی برای حدس مرحله ی بعدی را نشان می دهد . هم چنین آموزش می دهد که چگونه حدس ها و آزمایش های خود را برای رسیدن به جواب بنویسید .

	تعداد مرغ	تعداد گاو	آزمایش کردن	نتیجه گیری
حدس اول	۱۰	۱	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	پس باید تعداد گاوها را کم کرد.
حدس دوم	۱۱	۹	آزمایش کردن	نتیجه گیری

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰:

### فهمیدن مسئله :

- ۱- عبارت هایی مثل تعداد مرغ و گاو و تعداد پاهای آن ها چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ (تعداد مرغ ها و گاو های مزرعه )
- ۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ (بله کم تر از ۲۰ تا)

### انتخاب راهبرد :

با توجه به این که تعداد مرغ ها و گاو ها یک عدد طبیعی مساوی یا کم تر از ۲۰ است . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن تعداد مختلف مرغ ها و گاو ها جواب را پیدا کنیم .

### حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

	تعداد مرغ	تعداد گاو	آزمایش کردن	نتیجه گیری
حدس اول	۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	پس باید تعداد گاو ها کم شود .
حدس دوم	۱۱	۹	$11 \times 2 + 9 \times 4 = 58$	پس باید تعداد گاو ها کم شود .
حدس سوم	۱۲	۸	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	این جواب صحیح است .

چگونه با حدس زدن تعداد مرغ ها می توانیم تعداد گاو ها را به دست آوریم ؟ (تعداد مرغ ها و گاو ها ۲۰ تا است پس بعد از حدس زدن تعداد مرغ ها ، تعداد گاو ها را طوری انتخاب می کنیم که مجموع آن دو عدد ۲۰ شود .)

### بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )

آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد مرغ ها و گاو ها درست به نظر می رسد ؟ ( بله )

### مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۰

سئوال مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۰: پدر حسن هنگام تولد او ۲۵ سال داشت اکنون مجموع سن حسن و پدرش ۵۷ سال است . سن حسن چه قدر است ؟

سئوال الف : چرا حدس اول را با ۱۰ سال برای حسن شروع کردیم .

سئوال ب : اگر حسن ۱۰ سال داشته باشد چرا پدرش ۳۵ سال خواهد داشت ؟

سئوال ج : جدول را کامل کنید .

فهمیدن مسئله :

- ۱ - عبارت هایی مثل هنگام تولد و سن چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ ( سن کنونی حسن )
- ۳ - آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ ( بله مثلا کم تر از ۲۰ سال )

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که سن حسن یک عدد طبیعی در حدود ۲۰ سال است . ( با توجه به پاسخ بالا ) می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن سن های مختلف برای او جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

سن حسن	سن پدر	مجموع سن آن ها	بررسی
۱۰	۲۵	۴۵	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۲۰	۴۵	۶۵	عدد را باید کم تر انتخاب کنیم .
۱۵	۴۰	۵۵	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۱۶	۴۱	۵۷	✓

چگونه با حدس زدن سن حسن می توانیم سن پدرش را به دست آوریم ؟ ( با جمع کردن آن عدد با ۲۵ )

بازگشت به عقب :

- ۱ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )

۲- آیا پاسخ شما منطقی است و برای سن یک پسر درست به نظر می رسد؟ ( بله )

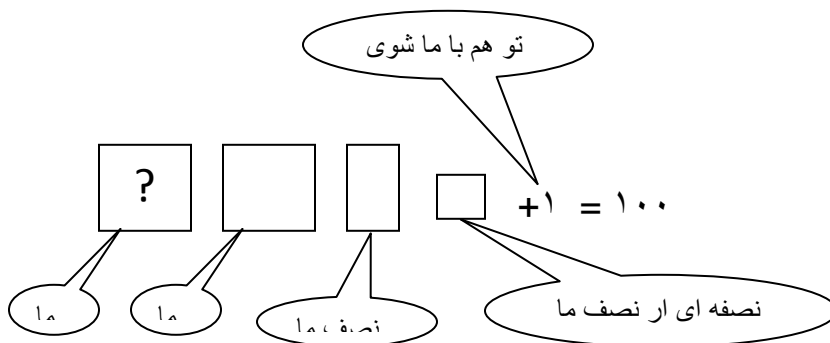
مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰

سؤال مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰: تعدادی کبوتر با هم پرواز می کردند . کلاغی به آن ها رسید و پرسید شما چند تا هستید؟ یکی از کبوتر ها پاسخ داد : ما و ما و نصف ما و نصفه ای از نصف ما ، گر تو هم با ما شوی ، جملگی صد می شویم . کبوتر ها چند تا بودند؟

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰:

فهمیدن مسئله :

- ۱- عبارت هایی مثل ما و ما و نصف ما و نصفه ای از نصف ما ، چه اطلاعاتی به شما می دهد؟
- ۲- مسئله از شما چه می خواهد؟ (تعداد کبوترها)
- ۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید؟ (بله مثلا کم تر از ۴۱ تا)
- ۴- شکل زیر ، شما را در درک بهتر مسئله کمک می کند؟



انتخاب راهبرد :

با توجه به این که تعداد پرنده ها یک عدد طبیعی کم تر از ۴۱ تا است . ( با توجه به پاسخ بالا ) می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن عدد های مختلف برای تعداد کبوترها جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

تعداد ( حدس )	رابطه	حاصل	نتیجه
۲۰	$۲۰ + ۲۰ + ۱۰ + ۵ + ۱$	۵۶	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۳۲	$۳۲ + ۳۲ + ۱۶ + ۸ + ۱$	۸۹	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۴۰	$۴۰ + ۴۰ + ۲۰ + ۱۰ + ۱$	۱۱۱	عدد را باید کم تر انتخاب کنیم .
۳۶	$۳۶ + ۳۶ + ۱۸ + ۹ + ۱$	۱۰۰	✓

بازگشت به عقب :

- ۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )
- ۲- آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد کبوترها درست به نظر می رسد ؟ ( بله )

مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱

سؤال مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱: عددی پیدا کنید که اگر آن را ۳ برابر کنیم و سپس ۷ تا از آن کم کنیم با دو برابر خودش مساوی می شود .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱:

فهمیدن مسئله :

۱ - عبارت هایی مثل ۳ برابر کنیم و سپس ۷ تا از آن کم کنیم و یا مساوی با دو برابر خودش چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟

- ۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ ( عدد مورد نظر )  
 ۳- شکل زیر ، شما را در درک بهتر مسئله کمک می کند ؟

$$3 \times \bigcirc - 7 = 2 \times \bigcirc$$

**انتخاب راهبرد :**

می توانیم با چند حدس عدد مورد نظر را پیدا کنیم .

**حل مسئله :**

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

عدد مورد نظر	رابطه ( بررسی و آزمایش کردن )	نتیجه
۵	$3 \times 5 - 7 = 8$ ؛ $2 \times 5 = 10$	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۶	$3 \times 6 - 7 = 11$ ؛ $2 \times 6 = 12$	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۷	$3 \times 7 - 7 = 14$ ؛ $2 \times 7 = 14$	✓

**بازگشت به عقب :**

- ۳- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )  
 ۴- آیا پاسخ شما منطقی است و برای عدد مورد نظر درست به نظر می رسد ؟ ( بله )

مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱

**سؤال :** در جمع نوشته شده در شکل روبه رو ، هر شکل به جای یک رقم است و رقم های مربع ، دایره و مثلث به جای آن ها نمایش داده شوند و با هم متفاوت هستند . جاهای خالی را کامل کنید .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱ :

فهمیدن مسئله :

- ۱ - عبارت هایی مثل رقم های مربع ، دایره و مثلث و متفاوت بودن رقم ها و حاصل جمع عددها چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ (رقم های مربع ، دایره و مثلث )

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که حاصل جمع این سه عدد ، عددی طبیعی است احتمالاً عدد های جمع شده نیز طبیعی می باشند . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن رقم های مختلف ( ۰،۱،۲،۳،۴،۵،۶،۷،۸،۹ ) جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

مراحل پیشنهادی حل مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱:

- ۱ - این سه عدد از سه رقم تشکیل شده اند .
- ۲ - رقم های صدگان این سه عدد با هم برابر ( مربع ) است .
- ۳ - با توجه به حاصل جمع این سه عدد ( ۲۰۰۳ ) احتمالاً مجموع رقم های صدگان این سه عدد مساوی یا کم تر از ۲۰ است پس حدس می زنیم که رقم صدگان آن ها برابر ( مربع ) ۶ باشد .
- ۴ - چون حدس زدیم که به جای مربع باید رقم ۶ را قرار دهیم پس به جای همه ی مربع های زیر رقم ۶ را قرار می دهیم .
- ۵ - حالا به رقم دهگان عدد ها توجه می کنیم .
- ۶ - رقم دهگان عدد اول و دوم مشخص و برابر ۶ است . مجموع رقم دهگان عدد اول و دوم ۱۲ (  $6+6=12$  ) است و رقم دهگان حاصل جمع این سه عدد برابر ۰ است . بنابراین حدس می زنیم که رقم دهگان عدد سوم باید مساوی یا کم تر از ۸ باشد . بنابراین ابتدا رقم ۸ را به جای مثلث قرار می دهیم و بررسی و آزمایش می کنیم .
- ۷ - رقم یکان عدد دوم مشخص نیست . رقم یکان عدد اول ( ۶ ) و عدد سوم ( ۸ ) مشخص است و حاصل جمع این دو برابر ۱۴ (  $6+8=14$  ) است . با توجه به حاصل جمع این سه عدد ( ۲۰۰۳ ) می بینیم که رقم یکان حاصل جمع ۳ است پس حدس ما برای رقم مثلث زیاد بوده است بنابراین رقم ۷ را به جای مثلث قرار می دهیم و دوباره بررسی و آزمایش می کنیم .
- ۸ - رقم یکان عدد دوم مشخص نیست . رقم یکان عدد اول ( ۶ ) و عدد سوم ( ۷ ) مشخص است و حاصل جمع این دو برابر ۱۳ (  $6+7=13$  ) است . با توجه به حاصل جمع این سه عدد ( ۲۰۰۳ ) می بینیم که رقم یکان حاصل جمع ۳ است پس حدس ما برای رقم دایره ۰ است بنابراین رقم یکان عدد دوم ۰ است حالا بررسی و آزمایش می کنیم .



۹- اگر به جای مربع ۶ ، به جای مثلث ۷ و به جای دایره ۰ بگذاریم حاصل جمع این سه عدد برابر ۲۰۰۳ می شود و حدس ما درست بوده است .

**بازگشت به عقب :**

- ۳- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )  
۴- آیا پاسخ شما منطقی است و برای حاصل جمع عددها درست به نظر می رسد ؟ ( بله )

**مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱**

**سؤال مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱ :** مجموع دو عدد ۵۶ است . اگر یکی از عددها ۱۲ تا بیش تر از دیگری باشد ، هر کدام از عددها را پیدا کنید .

**مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱ :**

**فهمیدن مسئله :**

- ۱- عبارت هایی مثل مجموع دو عدد و یکی از عددها ۱۲ تا بیش تر از دیگری چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟  
۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ ( دو عدد )  
۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ ( بله )

**انتخاب راهبرد :**

می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن چند عدد جواب را پیدا کنیم .

**حل مسئله :**

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

بررسی	مجموع دو عدد	عدد دوم	عدد اول
-------	--------------	---------	---------

۲۰	۳۲	۵۲	عدد اول را باید بیش تر انتخاب کنیم
۲۲	۳۴	۵۶	✓

چگونه با حدس زدن عدد اول می توانیم عدد دوم را به دست آوریم ؟ ( با جمع کردن عدد اول با ۱۲ )

**بازگشت به عقب :**

- ۴ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )  
 ۵ - آیا پاسخ شما منطقی است و درست به نظر می رسد ؟ ( بله )

**مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱**

**سئوال مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱:** کدام عدد طبیعی یک رقمی است که اگر در خودش ضرب شود و به اندازه ی خودش از حاصل ضرب کم شود جواب ۴ برابر خودش است .

**مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱:**

**فهمیدن مسئله :**

- ۱ - عبارت هایی مثل یک رقمی ، در خودش و به اندازه ی خودش چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ ( عدد مورد نظر )
- ۳ - آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ ( بله چون عدد یک رقمی و طبیعی است پس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ است .

### انتخاب راهبرد :

با توجه به این که عدد صحیح و یک رقمی است . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن عددهای مناسب جواب را پیدا کنیم .

### حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

عدد ( حدس )	رابطه ( بررسی و آزمایش )	نتیجه
۲	$2 \times 2 - 2 = 2$ ؛ $2 \times 4 = 8$	کم
۳	$3 \times 3 - 3 = 6$ ؛ $3 \times 4 = 12$	کم
۴	$4 \times 4 - 4 = 12$ ؛ $4 \times 4 = 16$	کم
۵	$5 \times 5 - 5 = 20$ ؛ $5 \times 4 = 20$	✓

### بازگشت به عقب :

۴ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ ( بله )

۵ - آیا پاسخ شما منطقی است و درست به نظر می رسد ؟ ( بله )