

به نام خدا

ریاضی ششم فصل ششم : آمار و احتمال حل مسئله : راهبرد حدس و آزمایش (صفحه ی ۱۱۰ الی ۱۱۱)

هدف ها :

- آشنایی دانش آموزان با راهبرد حدس و آزمایش برای حل مسئله .
- درک کاربرد راهبرد حدس و آزمایش و توانایی به کار گیری آن در حل مسئله .

مهارت ها :

- کسب رابطه ی بین اعداد و اشکال و استفاده از آن در حل مسئله ها .
- مهارت و توانایی به کار گیری راهبرد حدس و آزمایش در حل مسئله ها .

توصیه های آموزشی در حل مسئله با راهبرد حدس و آزمایش :

- ۱ - در حل بعضی از مسئله های ریاضی ، حدس و آزمایش می تواند مسئله را ساده کند .
- ۲ - الگوهای عددی شامل رابطه ی بین اعداد و الگوهای هندسی شامل رابطه ی بین اشکال است .
- ۳ - دانش آموزان با فعالیت های دست ورزی می توانند رابطه های بین بعضی از اشکال هندسی را بهتر درک کنند .
- ۴ - معلم بایستی راهبردی الگویابی را همراه با حل مسئله به کمک دانش آموزان توضیح دهد . سپس با حل مسائل متنوع و با استفاده از این راهبرد ، دانش آموزان توانایی به کار گیری از آن را در حل مسائل می آموزند .
- ۵ - به دانش آموزان آموزش دهید که حدس ها ، بررسی ، آزمایش و نتیجه گیری خود را ثبت کنند .
- ۶ - به دانش آموزان آموزش دهید که حدس ها ی خود را منطقی بزنند ، یعنی پس از بررسی و نتیجه گیری حدس اول خود ، حدس دوم را بر اساس آن تعیین کنند نه این که بدون منطق و دلیل حدس های پراکنده بزنند تا شاید یکی از آن ها درست از کار در آید .
- ۷ - برای حل مسئله با راهبرد حل مسئله ی ساده تر بهتر است مراحل فهمیدن مسئله - انتخاب راهبرد - حل مسئله - بازگشت به عقب را طی کنید .

نکته ی حل مسئله با راهبرد الگویابی صفحه ی ۳۰

بعضی از مسئله ها روش و راه حل مستقیم ندارند و یا رسیدن به جواب از روش های معمول طولانی تر و دشوار است اما می توان با یک روش منطقی و منظم جواب مسئله را با حدس زدن و آزمایش پیدا کرد .

مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰

سئوال مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰: در یک مزرعه ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد . تعداد پاهای آن ها روی هم ۵۶ عدد است . در این مزرعه چند مرغ و چند گاو وجود دارد ؟

نکته ی مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰:

۱- این مسئله را در فصل اول با روش رسم شکل حل کردید . حالا با راهبرد حدس زدن ، پاسخ مسئله را پیدا می کنیم .

۲- جدول زیر مراحل حدس زدن و نحوه ی آزمایش کردن و نتیجه گیری منطقی برای حدس مرحله ی بعدی را نشان می دهد . هم چنین آموزش می دهد که چگونه حدس ها و آزمایش های خود را برای رسیدن به جواب بنویسید .

	تعداد مرغ	تعداد گاو	آزمایش کردن	نتیجه گیری
حدس اول	۱۰	۱	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	پس باید تعداد گاوها را کم کرد.
حدس دوم	۱۱	۹	آزمایش کردن	نتیجه گیری

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۰:

فهمیدن مسئله :

- ۱- عبارت هایی مثل تعداد مرغ و گاو و تعداد پاهای آن ها چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ (تعداد مرغ ها و گاو های مزرعه)
- ۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ (بله کم تر از ۲۰ تا)

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که تعداد مرغ ها و گاو ها یک عدد طبیعی مساوی یا کم تر از ۲۰ است . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن تعداد مختلف مرغ ها و گاو ها جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

	تعداد مرغ	تعداد گاو	آزمایش کردن	نتیجه گیری
حدس اول	۱۰	۱۰	$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	پس باید تعداد گاو ها کم شود .
حدس دوم	۱۱	۹	$11 \times 2 + 9 \times 4 = 58$	پس باید تعداد گاو ها کم شود .
حدس سوم	۱۲	۸	$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	این جواب صحیح است .

چگونه با حدس زدن تعداد مرغ ها می توانیم تعداد گاو ها را به دست آوریم ؟ (تعداد مرغ ها و گاو ها ۲۰ تا است پس بعد از حدس زدن تعداد مرغ ها ، تعداد گاو ها را طوری انتخاب می کنیم که مجموع آن دو عدد ۲۰ شود .)

بازگشت به عقب :

۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)

آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد مرغ ها و گاو ها درست به نظر می رسد ؟ (بله)

مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۰

سئوال مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۰: پدر حسن هنگام تولد او ۲۵ سال داشت اکنون مجموع سن حسن و پدرش ۵۷ سال است . سن حسن چه قدر است ؟

سئوال الف : چرا حدس اول را با ۱۰ سال برای حسن شروع کردیم .

سئوال ب : اگر حسن ۱۰ سال داشته باشد چرا پدرش ۳۵ سال خواهد داشت ؟

سئوال ج : جدول را کامل کنید .

فهمیدن مسئله :

- ۱ - عبارت هایی مثل هنگام تولد و سن چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ (سن کنونی حسن)
- ۳ - آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ (بله مثلا کم تر از ۲۰ سال)

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که سن حسن یک عدد طبیعی در حدود ۲۰ سال است . (با توجه به پاسخ بالا) می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن سن های مختلف برای او جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

سن حسن	سن پدر	مجموع سن آن ها	بررسی
۱۰	۲۵	۴۵	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۲۰	۴۵	۶۵	عدد را باید کم تر انتخاب کنیم .
۱۵	۴۰	۵۵	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۱۶	۴۱	۵۷	✓

چگونه با حدس زدن سن حسن می توانیم سن پدرش را به دست آوریم ؟ (با جمع کردن آن عدد با ۲۵)

بازگشت به عقب :

- ۱ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)

۲- آیا پاسخ شما منطقی است و برای سن یک پسر درست به نظر می رسد؟ (بله)

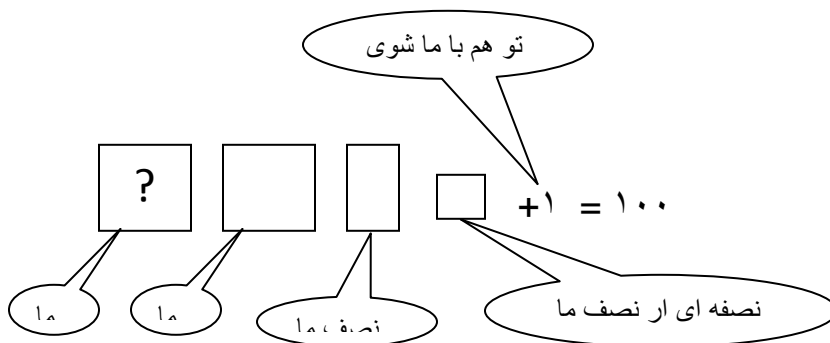
مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰

سؤال مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰: تعدادی کبوتر با هم پرواز می کردند . کلاغی به آن ها رسید و پرسید شما چند تا هستید؟ یکی از کبوتر ها پاسخ داد : ما و ما و نصف ما و نصفه ای از نصف ما ، گر تو هم با ما شوی ، جملگی صد می شویم . کبوتر ها چند تا بودند؟

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۰:

فهمیدن مسئله :

- ۱- عبارت هایی مثل ما و ما و نصف ما و نصفه ای از نصف ما ، چه اطلاعاتی به شما می دهد؟
- ۲- مسئله از شما چه می خواهد؟ (تعداد کبوترها)
- ۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید؟ (بله مثلا کم تر از ۴۱ تا)
- ۴- شکل زیر ، شما را در درک بهتر مسئله کمک می کند؟



انتخاب راهبرد :

با توجه به این که تعداد پرنده ها یک عدد طبیعی کم تر از ۴۱ تا است . (با توجه به پاسخ بالا) می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن عدد های مختلف برای تعداد کبوترها جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

تعداد (حدس)	رابطه	حاصل	نتیجه
۲۰	$۲۰ + ۲۰ + ۱۰ + ۵ + ۱$	۵۶	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۳۲	$۳۲ + ۳۲ + ۱۶ + ۸ + ۱$	۸۹	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۴۰	$۴۰ + ۴۰ + ۲۰ + ۱۰ + ۱$	۱۱۱	عدد را باید کم تر انتخاب کنیم .
۳۶	$۳۶ + ۳۶ + ۱۸ + ۹ + ۱$	۱۰۰	✓

بازگشت به عقب :

- ۱- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)
- ۲- آیا پاسخ شما منطقی است و برای تعداد کبوترها درست به نظر می رسد ؟ (بله)

مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱

سؤال مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱: عددی پیدا کنید که اگر آن را ۳ برابر کنیم و سپس ۷ تا از آن کم کنیم با دو برابر خودش مساوی می شود .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۱ صفحه ی ۱۱۱:

فهمیدن مسئله :

۱ - عبارت هایی مثل ۳ برابر کنیم و سپس ۷ تا از آن کم کنیم و یا مساوی با دو برابر خودش چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟

- ۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ (عدد مورد نظر)
 ۳- شکل زیر ، شما را در درک بهتر مسئله کمک می کند ؟

$$3 \times \bigcirc - 7 = 2 \times \bigcirc$$

انتخاب راهبرد :

می توانیم با چند حدس عدد مورد نظر را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

عدد مورد نظر	رابطه (بررسی و آزمایش کردن)	نتیجه
۵	$3 \times 5 - 7 = 8$ ؛ $2 \times 5 = 10$	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۶	$3 \times 6 - 7 = 11$ ؛ $2 \times 6 = 12$	عدد را باید بیش تر انتخاب کنیم .
۷	$3 \times 7 - 7 = 14$ ؛ $2 \times 7 = 14$	✓

بازگشت به عقب :

- ۳- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)
 ۴- آیا پاسخ شما منطقی است و برای عدد مورد نظر درست به نظر می رسد ؟ (بله)

مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱

سؤال : در جمع نوشته شده در شکل روبه رو ، هر شکل به جای یک رقم است و رقم های مربع ، دایره و مثلث به جای آن ها نمایش داده شوند و با هم متفاوت هستند . جاهای خالی را کامل کنید .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱ :

فهمیدن مسئله :

- ۱ - عبارت هایی مثل رقم های مربع ، دایره و مثلث و متفاوت بودن رقم ها و حاصل جمع عددها چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
- ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ (رقم های مربع ، دایره و مثلث)

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که حاصل جمع این سه عدد ، عددی طبیعی است احتمالاً عدد های جمع شده نیز طبیعی می باشند . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن رقم های مختلف (۰،۱،۲،۳،۴،۵،۶،۷،۸،۹) جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

مراحل پیشنهادی حل مسئله ی ۲ صفحه ی ۱۱۱:

- ۱ - این سه عدد از سه رقم تشکیل شده اند .
- ۲ - رقم های صدگان این سه عدد با هم برابر (مربع) است .
- ۳ - با توجه به حاصل جمع این سه عدد (۲۰۰۳) احتمالاً مجموع رقم های صدگان این سه عدد مساوی یا کم تر از ۲۰ است پس حدس می زنیم که رقم صدگان آن ها برابر (مربع) ۶ باشد .
- ۴ - چون حدس زدیم که به جای مربع باید رقم ۶ را قرار دهیم پس به جای همه ی مربع های زیر رقم ۶ را قرار می دهیم .
- ۵ - حالا به رقم دهگان عدد ها توجه می کنیم .
- ۶ - رقم دهگان عدد اول و دوم مشخص و برابر ۶ است . مجموع رقم دهگان عدد اول و دوم ۱۲ ($6+6=12$) است و رقم دهگان حاصل جمع این سه عدد برابر ۰ است . بنابراین حدس می زنیم که رقم دهگان عدد سوم باید مساوی یا کم تر از ۸ باشد . بنابراین ابتدا رقم ۸ را به جای مثلث قرار می دهیم و بررسی و آزمایش می کنیم .
- ۷ - رقم یکان عدد دوم مشخص نیست . رقم یکان عدد اول (۶) و عدد سوم (۸) مشخص است و حاصل جمع این دو برابر ۱۴ ($6+8=14$) است . با توجه به حاصل جمع این سه عدد (۲۰۰۳) می بینیم که رقم یکان حاصل جمع ۳ است پس حدس ما برای رقم مثلث زیاد بوده است بنابراین رقم ۷ را به جای مثلث قرار می دهیم و دوباره بررسی و آزمایش می کنیم .
- ۸ - رقم یکان عدد دوم مشخص نیست . رقم یکان عدد اول (۶) و عدد سوم (۷) مشخص است و حاصل جمع این دو برابر ۱۳ ($6+7=13$) است . با توجه به حاصل جمع این سه عدد (۲۰۰۳) می بینیم که رقم یکان حاصل جمع ۳ است پس حدس ما برای رقم دایره ۰ است بنابراین رقم یکان عدد دوم ۰ است حالا بررسی و آزمایش می کنیم .

۹- اگر به جای مربع ۶ ، به جای مثلث ۷ و به جای دایره ۰ بگذاریم حاصل جمع این سه عدد برابر ۲۰۰۳ می شود و حدس ما درست بوده است .

بازگشت به عقب :

- ۳- آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)
۴- آیا پاسخ شما منطقی است و برای حاصل جمع عددها درست به نظر می رسد ؟ (بله)

مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱

سؤال مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱ : مجموع دو عدد ۵۶ است . اگر یکی از عددها ۱۲ تا بیش تر از دیگری باشد ، هر کدام از عددها را پیدا کنید .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۳ صفحه ی ۱۱۱ :

فهمیدن مسئله :

- ۱- عبارت هایی مثل مجموع دو عدد و یکی از عددها ۱۲ تا بیش تر از دیگری چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
۲- مسئله از شما چه می خواهد ؟ (دو عدد)
۳- آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ (بله)

انتخاب راهبرد :

می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن چند عدد جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

بررسی	مجموع دو عدد	عدد دوم	عدد اول
-------	--------------	---------	---------

۲۰	۳۲	۵۲	عدد اول را باید بیش تر انتخاب کنیم
۲۲	۳۴	۵۶	✓

چگونه با حدس زدن عدد اول می توانیم عدد دوم را به دست آوریم ؟ (با جمع کردن عدد اول با ۱۲)

بازگشت به عقب :

- ۴ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)
 ۵ - آیا پاسخ شما منطقی است و درست به نظر می رسد ؟ (بله)

مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱

سئوال مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱: کدام عدد طبیعی یک رقمی است که اگر در خودش ضرب شود و به اندازه ی خودش از حاصل ضرب کم شود جواب ۴ برابر خودش است .

مراحل پیشنهادی پاسخ مسئله ی ۴ صفحه ی ۱۱۱:

فهمیدن مسئله :

- ۱ - عبارت هایی مثل یک رقمی ، در خودش و به اندازه ی خودش چه اطلاعاتی به شما می دهد ؟
 ۲ - مسئله از شما چه می خواهد ؟ (عدد مورد نظر)
 ۳ - آیا می توانید برای جواب درست ، محدوده ای تعیین کنید ؟ (بله چون عدد یک رقمی و طبیعی است پس ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ یا ۷ یا ۸ یا ۹ است .

انتخاب راهبرد :

با توجه به این که عدد صحیح و یک رقمی است . می توانیم با حدس زدن و در نظر گرفتن عددهای مناسب جواب را پیدا کنیم .

حل مسئله :

برای بهتر نوشتن جواب ها و حدس های خود ، می توانیم از جدول زیر استفاده کنیم .

عدد (حدس)	رابطه (بررسی و آزمایش)	نتیجه
۲	$2 \times 2 - 2 = 2$ ؛ $2 \times 4 = 8$	کم
۳	$3 \times 3 - 3 = 6$ ؛ $3 \times 4 = 12$	کم
۴	$4 \times 4 - 4 = 12$ ؛ $4 \times 4 = 16$	کم
۵	$5 \times 5 - 5 = 20$ ؛ $5 \times 4 = 20$	✓

بازگشت به عقب :

۴ - آیا پاسخ به دست آمده شرایط مسئله را دارد ؟ (بله)

۵ - آیا پاسخ شما منطقی است و درست به نظر می رسد ؟ (بله)